École Doctorale d'Astronomie d'Ile de France

THÈSE de DOCTORAT

présentée par

Allan Sacha BRUN

pour obtenir le titre de

Docteur en Science de l'Université Paris VII-Denis Diderot

Spécialité : Astrophysique et Techniques Spatiales

ÉTUDE THÉORIQUE DE LA STRUCTURE INTERNE DU SOLEIL
L'apport de l'héliosismologie avec le satellite SOHO

Soutenue le 2 Décembre 1998 devant la commission d'examen composée de :

M. Daniel Pequignot	Président
Mme. Sylvie Vauclair	Rapporteur
M. Daniel Vignaud	Rapporteur
M. Jean-Paul Zahn	Directeur de thèse
Mme. Sylvaine Turck-Chièze	Responsable de thèse au CEA
M. Joergen Christensen-Dalsgaard	Examinateur
M. Thierry Montmerle	Examinateur

À Agnès, ma Princesse

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mes deux directeurs de thèse. Sylvaine Turck-Chièze qui a, tout au long de ma thèse, guidé mes premiers pas dans la recherche scientifique. Elle a, chaque jour, fait preuve de patience, m'a fait découvrir sous un angle passionant le Soleil et m'a appris le sens du mot rigueur ! Jean-Paul Zahn qui a, durant ces trois années, surpervisé mon travail et développé mon goût pour la dynamique des fluides. Son attention et sa gentillesse ont rendu mon travail quotidien de jeune chercheur plus facile. Encore merci à tous les deux, je vous serai à tout jamais reconnaissant.
Je remercie également Pierre Morel pour son aide et sa disponibilité. Son code numérique CESAM est un exemple de clarté et un outil formidable.
J'aimerais aussi remercier les membres du jury, en commençant par Daniel Pequignot, dont le cours de DEA sur la structure interne des étoiles m'a apporté les outils me permetttant de débuter ma thèse et qui a gentillement accepté de la présider. Par ailleurs, ce travail n'aurait pu être présenté si mes deux rapporteurs, Sylvie Vauclair et Daniel Vignaud, n'avaient eu la patience de lire et de corriger la première version de ce manuscript. Leurs commentaires et leurs connaissances scientifiques m'ont été très précieux. Un grand merci également à Joergen Christensen-Dalsgaard, pour être venu à ma soutenance de thèse et pour l'avoir lu in french ! Son expertise dans ce domaine et sa bienvieillance à mon égard m'ont beaucoup apporté. Je finirais par Thierry Montmerle, dont j'ai pu partager durant mon séjour au Service d'Astrophysique la grande connaissance des problèmes liés aux étoiles.
J'adresse de plus ma sympathie à toutes les personnes qui m'ont aidé dans cette longue route qui méne à la recherche, et avec qui j'ai eu plaisir à converser, notamment, A. Mangeney, J. P. Chièze, E. Schatzman, G. Michaud, J. Lebourlot, S. Bonazzola, T. Foglizzo, R. Garcia, R. Lehouch, J. P. Meyer, E. Parizot, B. Dubrulle, R. Teyssier et H. Dzitko.
Merci aussi aux équipes instrumentales , LOWL, MDI et bien sûr GOLF, pour leurs superbes données observationnelles que j'ai eu plaisir à confronter à mes prédictions théoriques.
Ces remerciements ne seraient pas complets s'ils ne s'adressaient aussi à L. Vigroux et aux membres du Service d'Astrophysique du CEA ainsi qu'à ceux du DASGAL à l'observatoire de Meudon.
Enfin, je n'oublie pas tous mes proches, qui ont supporté mes longs monologues et m'ont toujours encouragé, c'est à dire, mes tendres parents, ma fiancée, ma famille, mes amis tropeziens ainsi que tous les autres . . .

Résumé

Cette thèse présente une étude détaillée de la structure interne du Soleil, à partir du code d'évolution stellaire CESAM.
Premièrement, nous obtenons un modèle solaire dit de "référence", incluant les derniers développements de la physique atomique et nucléaire pour décrire le plasma solaire. Ce modèle est alors confronté aux récents résultats héliosismiques des expériences spatiales à bord du satellite SOHO, notamment GOLF, ainsi qu'aux expériences de neutrinos solaires (Gallex, SuperKamiokande). Il ressort de cette comparaison que l'introduction de processus de diffusion des espèces chimiques est nécessaire.
Deuxièmement, nous déterminons les incertitudes théoriques de notre modèle à partir de notre connaissance actuelle des ingrédients "microscopiques" et obtenons des modèles plus proches des observations. Une attention particulière est portée sur notre connaissance du cœur nucléaire et sur la réduction du désaccord théorie-expériences du flux de neutrinos solaires. Pour la première fois nous commençons à quantifier les flux théoriques de neutrinos par la sismologie.
À partir des résultats obtenus avec le modèle de référence, nous mettons en évidence la nécessité d'introduire des processus macroscopiques afin de progresser dans notre modélisation du Soleil vis à vis des contraintes sismiques et des abondances de surface de ^{4}He, ^{9}Be et ^{7}Li. Nous traitons tout d'abord la couche de transition (tachocline) entre la rotation différentielle de la zone convective et celle solide de la zone radiative, par l'introduction d'un processus de diffusion turbulente induisant un mélange dépendant du temps. Ensuite, à partir du formalisme de la longueur de mélange, nous tenons compte d'une pression turbulente dans l'équilibre hydrostatique de l'étoile, afin de mieux décrire les couches externes et d'améliorer les prédictions des fréquences des modes acoutiques. Dans les deux cas, les résultats encouragent le développement d'un modèle stellaire hydrodynamique.

Abstract

This thesis presents a detailed study of the internal structure of the Sun, using the stellar evolution code CESAM. First, we develop a solar reference model, including the lastest improvements of atomic and nuclear physics needed to correctly describe the solar plasma. Then we compare this model to the recent seismic results from space experiments aboard the satellite SOHO, especially GOLF, as well as from the solar neutrino experiments (Gallex, SuperKamiokande). Our comparison confirms the need to include diffusion processes of the chemical species. Secondly, we determine the theoretical uncertainties of our model, on the basis of our knowledge of the "microscopic" physical inputs, and obtain new solar models that are in closer agreement with deductions drawn from the observations. We also study carefully the nuclear core and look for solutions reducing the disagreement between theory and experimental data concerning the solar neutrino flux. We begin to quantify the theoretical neutrino fluxes using the seismology data.
From the results of our reference model, we show the need to introduce macroscopic processes in order to improve our solar model and correctly take into account the seismic constraints and the surface chemical abundances of ^{4}He, ^{9}Be and ^{7}Li. We first treat the transition layer (tachocline) connecting the differential rotation of the convection zone with the solid one of the radiation zone, by introducing a turbulent diffusive process inducing a time-dependent mixing. Then, using the mixing length treatment, we take into account a turbulent pressure in the hydrostatic equilibrium of the star, in order to better describe the external layers and thereby improve the frequency predictions of the acoustic modes. In both cases, the results encourage further efforts to develop a hydrodynamical stellar model.

Table des matières

Remerciements iii

Résumé v

Abstract vii

1 Introduction 1

1.1 Le Soleil 1

1.2 L'Héliosismologie 3

1.3 Les Neutrinos Solaires 5

1.4 Démarche suivie 7

1.5 Résumé de la Thèse 8

I Structure Interne des Étoiles et Théorie des Oscillations Stellaires 11

2 Évolution et Structure Interne des Étoiles 13

2.1 Introduction 13

2.2 Des Nébuleuses aux Étoiles 14

2.3 Les Équations Hydrodynamiques 16

2.3.1 Cas Général 16

2.3.2 Application aux Étoiles de type Solaire 18

2.3.3 Conditions aux limites 20

2.4 Ingrédients Physiques 21

2.4.1 Équation d'état 21

2.4.2 Opacités et Abondances 23

2.4.3 Les Réactions Nucléaires 25

3 Théorie des Oscillations Stellaires 33

3.1 Introduction 33

3.2 Équations de Base 34

3.3 Équations des Oscillations 35

3.3.1 Expressions Générales 35
3.3.2 Approximation Adiabatique 38
3.3.3 Conditions aux Limites 39
3.3.4 L'approximation de Cowling 39
3.4 Modes Propres 40
3.4.1 Cavité Résonnante 40
3.4.2 Modes de Pression 42
3.4.3 Modes de Gravité 42
3.5 Diagnostic Sismique et Inversion 43
3.5.1 Méthodes Asymptotiques 45
3.5.2 Fréquences des Modes 46
3.5.3 Techniques d'Inversions 48
3.6 L'expérience Spatiale GOLF 52
3.7 Code Numérique 54

II Description, Analyse et Incertitudes du Modèle Solaire Standard 57

4 Le Modèle Solaire Standard 59
4.1 Introduction 59
4.2 Le Code d'Évolution Stellaire Adaptatif et Modulaire (CESAM) 61
4.3 Description Physique 63
4.3.1 Les Ingrédients Physiques de Base 63
4.3.2 Diffusion Microscopique 68
4.3.3 Le Modèle Solaire 71
4.4 Analyse Sismique et Prédictions du Modèle Standard 74
4.4.1 Analyse de la Vitesse du Son et Impact de la Diffusion Microscopique 74
4.4.2 Effet d'Âge 78
4.4.3 Prédiction des Fréquences des Modes de Pression 81
4.4.4 Prédiction des Fréquences des Modes de Gravité 85
4.5 Prédiction des Neutrinos Solaires 86
4.6 Conclusion 89

5 Quelles Contraintes sur le Cœur Nucléaire? 91
5.1 Introduction 91
5.2 Connaissance du Cœur 92
5.2.1 Réactions Nucléaires 92
5.2.2 Contraintes Sismiques 93
5.3 Mélange du Cœur 95
5.3.1 Description du Modèle 95

5.3.2 Analyse des Résultats . . . 96
5.4 Modèle Minimal Nucléaire . . . 97
5.4.1 Description du Modèle . . . 97
5.4.2 Analyse des Résultats . . . 97
5.4.3 La Problématique des Neutrinos Solaires . . . 99
5.4.4 Modes de gravité et Fréquence de Brunt-Väisälä . . . 102
5.5 Conclusion . . . 105

6 La Zone Radiative 107
6.1 Introduction . . . 107
6.2 Connaissance de la Zone Radiative . . . 108
6.3 Modèles Opacités Augmentées et Diffusion Augmentée . . . 111
6.3.1 Description des Modèles . . . 111
6.3.2 Analyse des Résultats . . . 112
6.4 Conclusion . . . 117

III Au-Delà du Modèle Standard 119

7 Transition Zone Radiative-Zone Convective 121
7.1 Introduction . . . 121
7.2 Rôle de la Rotation et du Mélange dans les Intérieurs Stellaires . . . 123
7.2.1 Rotation et Mélange . . . 123
7.2.2 Le Problème du Lithium 7 . . . 127
7.3 Influence de la Tachocline . . . 129
7.3.1 L'approche Physique . . . 129
7.3.2 Analyse des Résultats . . . 137
7.4 Conclusion . . . 143

8 Traitement des Couches Superadiabatiques 145
8.1 Introduction . . . 145
8.2 Raccord Structure-Atmosphère . . . 146
8.2.1 Approximation Monocouche . . . 147
8.2.2 Atmosphère Reconstituée . . . 147
8.3 Rôle de la Pression Turbulente . . . 149
8.3.1 Introduction . . . 149
8.3.2 Description du traitement de la longueur de mélange . . . 149
8.3.3 Système d'équations pour la modélisation . . . 153
8.3.4 Effets sur les Modes de Pression . . . 157
8.4 Conclusion . . . 158

9 Conclusion et Perspectives **161**
9.1 Connaissance de la Structure Interne du Soleil . . . 161
9.2 Processus Macroscopiques . . . 163
9.3 Retombées Astrophysiques . . . 163
9.4 Vers un Modèle Hydrodynamique . . . 164

A Articles Publiés **165**
A.1 First View of the Solar Core from Golf Acoustic Modes . . . 165
A.2 Standard Solar Models in the Light of New Helioseismic Constraints. I: The Solar Core . . . 187
A.3 Spatial Seismic Constraints on Solar Neutrino Prediction . . . 203
A.4 Macroscopic Processes in the Solar Interior . . . 219
A.5 Mixing Below the Solar Convective Zone . . . 227

Bibliographie **233**

Table des figures

1.1 Structure du Soleil 2
1.2 Spectre en énergie des neutrinos solaires 5

2.1 l'évolution centrale d'un nuage d'une masse solaire 15
2.2 Diagramme de Hertzsprung-Russel 16
2.3 Barrière coulombienne 25
2.4 Pic de Gamov 26
2.5 Section efficace et Facteur astrophysique correspondant (shématisé) 27

3.1 Fréquences de Lamb F_l et de Brunt-Väisälä N 41
3.2 Représentation schématique des modes P et G 43
3.3 Fonctions propres pour un mode p, f et g 44
3.4 Diagramme de propagation 46
3.5 Loi de Duvall observationnelle 47
3.6 Fréquences cycliques $\nu = \omega/2\pi$ pour un modèle solaire 49
3.7 Profil de Vitesse du Son 51
3.8 Rotation solaire inversée par GONG 52
3.9 Spectre GOLF centré autour des *oscillations de 5 min* 53
3.10 Spectre GOLF centré autour des basses fréquences 54

4.1 Organigramme du code CESAM 62
4.2 Structure d'un code d'évolution stellaire 63
4.3 Facteur Astrophysique S(E) pour la réaction ^{3}He(^{3}He,2p)^{4}He 68
4.4 Vitesses et coefficients de diffusion des éléments chimiques 70
4.5 Profil T,P,ρ,Γ_1 du modèle de référence 73
4.6 Composition chimique X_i normalisée du modèle de référence 74
4.7 Profil de Température et du poids moléculaire moyen μ en fonction du rayon 76
4.8 Différence du carré des vitesses du son entre le Soleil et le modèle de référence 78
4.9 Différence d'opacité et de composition entre un modèle diffusif et un modèle non-diffusif 79
4.10 Diagramme HR pour le modèle de référence 80
4.11 Effet d'âge sur le profil de Vitesse du Son 81

4.12 Fréquences des modes p pour $l = 0$ 82
4.13 Spectre des modes acoustiques obtenu par GOLF pour $1.5 \leq \nu \leq 2$ mHz et prédiction théorique du modèle de référence 82
4.14 Grande différence des modes p pour $l = 0$ 83
4.15 Petites différences δ_{nl} des modes p pour $l = 0, 2$ et $l = 1, 3$ 83
4.16 Fréquences des modes p pour $l = 1, 800$ du modèle de référence 84
4.17 Terme de normalisation Q_{nl} 85
4.18 Fréquences des modes p normalisées par Q_{nl} 85
4.19 Production des neutrinos en fonction du rayon solaire 87
4.20 Effet des nouveaux taux de réactions nucléaires sur le profil de Vitesse du Son 88

5.1 Facteur Astrophysique S(E) pour la réaction ^{7}Be(p,γ)^{8}B 93
5.2 Zoom sur la région nucléaire du diagramme de propagation des ondes acoustiques 94
5.3 Rayon acoustique 95
5.4 Effet d'un mélange prés du pic ^{3}He sur le profil de Vitesse du Son 96
5.5 Effet d'un mélange sur le pic ^{3}He 97
5.6 Effet d'une modification des taux de réaction sur le profil de Vitesse du Son . 98
5.7 Petites différences des modes p pour $l = 0, 2$ et $l = 1, 3$ 98
5.8 Évolution temporelle des résultats des expériences GALLEX et SAGE 99
5.9 Fonctions propres pour les candidats modes g 103
5.10 Différence de paramètre de stabilité convective A^* 103
5.11 Différence de paramètre de stabilité convective A^* théorique 104
5.12 Différence relative des fréquences $(N_{std} - N_{minr})/N_{std}$ entre le modèle de référence et min nuc 104

6.1 Effet d'une modification des abondances sur l'opacités de Rosseland 109
6.2 Différence relative du coefficient Γ_1 110
6.3 Modification des opacités pour le modèle opac. aug. 112
6.4 Effet d'une modification des opacités sur le profil de Vitesse du Son 113
6.5 Fréquences des modes p pour $l = 0$ 113
6.6 Petites différences des modes p pour $l = 0, 2$ et $l = 1, 3$ 114
6.7 Différence relative des fréquences $(N_{std}-N_{opac})/N_{std}$ entre le modèle de référence et opac. aug. 116
6.8 Constitution de la période P_0 des modes de gravité en fonction du rayon . . . 116
6.9 Effet d'une augmentation de la diffusion microscopique sur le profil de Vitesse du Son 117

7.1 Gradients de température ∇, ∇_{ad} et ∇_{rad} en fonction du rayon 122
7.2 Rotation observationnelle des Pléiades et des Hyades 125
7.3 Profil de rotation solaire obtenu avec MDI 126

7.4 Intervalle d'observations des périodes de rotation des étoiles p/r à log $< P >$ 126
7.5 Abondance du Lithium7 dans les amas pour différent âge et T_{eff} 128
7.6 Profil équatorial de la rotation solaire entre 0.4 $R_{\odot}$ et 0.8 $R_{\odot}$ obtenu avec LOWL 130
7.7 Système de coordonnées sphériques (r,θ,φ) en rotation $\vec{\Omega} = \Omega \vec{u}_z$ 130
7.8 Fonctions propres horizontales solutions de la tachocline turbulente 133
7.9 Modélisation 2D de la tachocline 134
7.10 Exemple de coefficient turbulent D_T 135
7.11 Composition d'hélium pour le modèle de référence et des modèles avec un mélange turbulent dû à la tachocline 138
7.12 Différence du carré de la vitesse du son entre le modèle de référence et deux modèles avec un mélange turbulent du à la tachocline 138
7.13 Profil de la composition en éléments lourds Z 139
7.14 Effet de l'introduction du mélange lié à la tachocline sur le profil de vitesse du son 141
7.15 Déplétion du ^{7}Li au cours du temps pour différents modèles 142
7.16 Profil en fonction de r et T (approximatif) du ^{9}Be et du ^{7}Li pour différents modèles 143

8.1 Zoom prés de 1 $R_{\odot}$ des différents gradients ∇ 146
8.2 Zoom prés de 1 $R_{\odot}$ de la fréquence de coupure ω_c 146
8.3 Fréquences des modes p pour $l = 1,800$ du modèle au raccord atmosphère-structure lisse 148
8.4 Fréquences des modes p normalisées par Q_{nl} 148
8.5 Vitesse du son et vitesse turbulente moyenne solaire 149
8.6 Rapport de la pression totale sur la pression du gaz 155
8.7 Fréquences des modes p pour $l = 0$ 158
8.8 Grande différence des modes p pour $l = 0$ 159
8.9 Fréquences des modes p pour $l = 1,800$ du modèle incluant une pression turbulente 159
8.10 Fréquences des modes p normalisées par Q_{nl} 160

Liste des tableaux

2.1 Temps caractéristiques 17
2.2 Abondances Chimiques 24
2.3 Chaînes PP 28
2.4 Caractéristiques des réactions nucléaires des Chaînes PP 29
2.5 Cycles CNO 29
2.6 Caractéristiques des Réactions Nucléaires des Cycles CNO 30

4.1 Abondances des Éléments Lourds 65
4.2 Facteurs astrophysiques nucléaires S(E) pour les chaînes PP et le cycle CNO 69
4.3 Grandeurs solaires 72
4.4 Quantités thermodynamiques et prédictions du flux de neutrinos du modèle de référence 75
4.5 Observations héliosismiques et détection des neutrinos solaires 76
4.6 Fréquences des modes de gravité (μHz) du modèle de référence 86
4.7 Flux détaillé des neutrinos du modèle standard 88

5.1 Incertitude des facteurs astrophysiques nucléaires S(E) pour les chaînes PP et le cycle CNO 92
5.2 Extrapolation de $S_{17}(0)$ à partir de plusieurs modèles théoriques 94
5.3 Quantités thermodynamiques et prédictions du flux de neutrinos du modèle minimal nucléaire 100
5.4 Flux détaillé des neutrinos du modèle minimal nucléaire 101
5.5 Fréquences des modes de gravité (μHz) du modèle minimal nucléaire 105

6.1 Quantités thermodynamiques et prédictions du flux de neutrinos des modèles opac. aug. et diff. aug. 115
6.2 Fréquences des modes de gravité (μHz) du modèle opac. aug. 118

7.1 Quantités thermodynamiques et prédictions du flux de neutrinos des modèles incluant un mélange lié à la tachocline 140
7.2 Abondances de surface 141

Chapitre 1

Introduction

Sommaire

1.1	**Le Soleil**	**1**
1.2	**L'Héliosismologie**	**3**
1.3	**Les Neutrinos Solaires**	**5**
1.4	**Démarche suivie**	**7**
1.5	**Résumé de la Thèse**	**8**

1.1 Le Soleil

Qu'il est resplendissant l'astre du jour! Cette boule toute jaune, chaude, éblouissante, devant laquelle tout homme s'incline, comme le disciple devant son "Dieu" éternel et insondable. La passion de l'homme pour cette merveille de la nature aurait pu s'arréter là, considérant que l'on n'étudie pas le divin, que l'on se contente de l'entendre à défaut de le comprendre.
Or, l'homme de science aime comprendre et, à la passivité de l'acte de foi, il oppose l'action et la curiosité de l'investigateur, de celui pour qui tout phénomène aussi mystérieux soit il, doit avoir une explication fondée. C'est donc cette démarche menée bien plus modestement au quotidien comme jeune chercheur désireux de comprendre cette étoile nouricière qu'est le Soleil, que je vais vous présenter.
Le Soleil donc n'est pas inaccessible et encore moins **insondable**, bien au contraire. Depuis maintenant plus de vingt ans, le développement de la sismologie stellaire et plus particulièrement de l'héliosismologie, nous a permis de le sonder, de l'ausculter, de l'écouter au plus profond de sa structure, par l'étude des oscillations acoustiques qui parcourent sa surface (figure 1.1, panneau droit). Cette étude couplée à notre connaissance précise de ses caractéristiques globales (masse, luminosité, rayon), de son âge, de sa composition chimique ainsi que de sa température de surface, nous permet de mieux en mieux de comprendre son fonctionnement. La description actuelle repose sur des considérations simples de son état d'équilibre (voir chapitre 2) et sur une idée générale des astrophysiciens au sujet des étoiles

et, plus particulièrement sur une sphère de gaz chaud autogravitante. La figure 1.1 reflète notre compréhension actuelle de la structure solaire. On peut y remarquer plusieurs zones :

- le cœur nucléaire s'étendant sur 25% en rayon, zone de production de l'énergie nécessaire pour maintenir l'étoile en équilibre, dans laquelle l'énergie est transportée par rayonnement,
- la zone radiative allant jusqu'à 70% en rayon en incluant le cœur, contenant 98% de la masse et transportant l'énergie produite au centre sous forme de lumière,
- la zone convective prenant le relais pour le transport de l'énergie dans les 30% en rayon les plus extérieurs, sous la forme de cellules de taille variable transportant la chaleur.

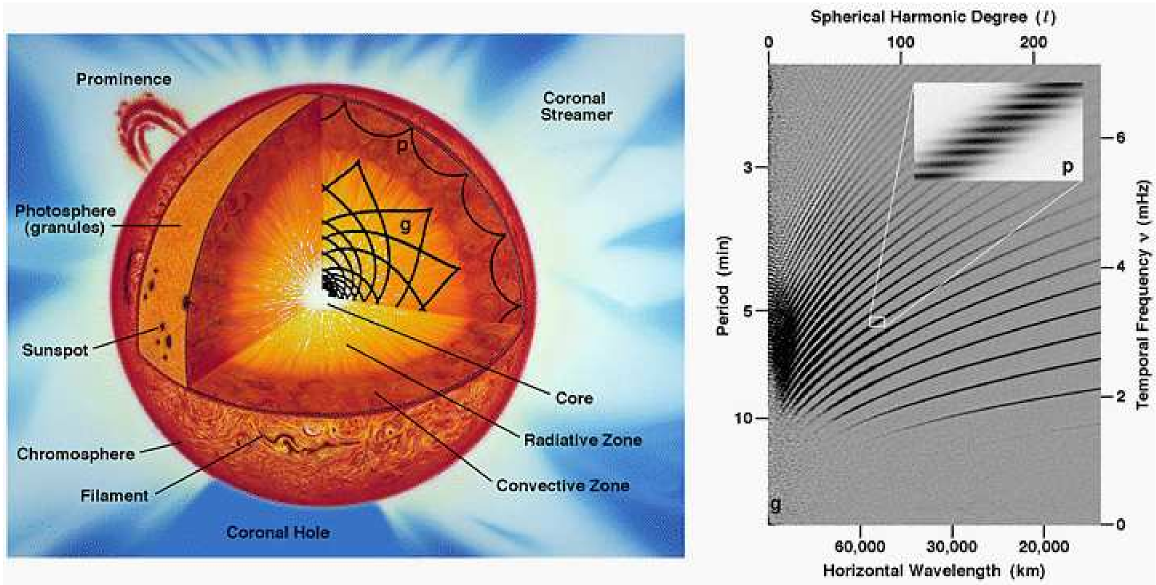


FIG. 1.1 – *Structure du Soleil acompagnée du spectre discret (non-continu) en fréquence des ondes sonores du Soleil, appelées aussi oscillations de 5 minutes*

Il est clair aussi que sa surface est très variable et inhomogène, signe d'une activité turbulente et magnétique intense (taches solaires, protubérances,...) moins statique que la structure interne.

Mais jusqu'à quelle précision notre description du Soleil, ce que l'on appelle modèle solaire "standard", est vérifiée et peut nous permettre de mieux comprendre l'évolution des étoiles? En effet, par sa proximité (environ 8 minutes lumière, alors que l'étoile la plus proche, Proxima du Centaure est à 4.6 années lumière, soit environ 300000 fois plus distante), le Soleil est une étoile privilégiée pour notre compréhension de leur structure. Il est même devenu grâce à l'héliosismologie, un précieux laboratoire pour la physique contemporaine. Une fois un processus physique validé par le puissant diagnostic héliosismique, il peut être introduit dans des modèles d'étoiles ayant des caractéristiques globales ou des âges différents. Dans le cas où les observations d'amas d'étoiles d'âge ou de composition chimique différents confirment à leur tour le processus, celui-ci est définitivement validé. Dans le cas contraire, soit on abandonne le processus, soit on tente de l'améliorer par l'ajout de processus complémentaires préalablement supposés négligeables. Il est donc très important de pouvoir discriminer entre les différents processus physiques jouant un rôle dominant dans le Soleil, afin d'obtenir la vision la plus générale possible des processus macrocopiques et microscopiques intervenant dans les étoiles.

Un autre point important dans l'étude du Soleil, est de pouvoir prédire l'abondance initiale d'hélium ^4He dans la nébuleuse dont il est issu. Cela a une conséquence directe sur l'enrichissement galactique en élements chimiques et donc sur le taux de formation stellaire depuis la nucléosynthése primordiale.

1.2 L'Héliosismologie

Comme nous venons de l'introduire, la sismologie stellaire est un outil puissant permettant de sonder l'intérieur des étoiles (Astérosismologie) et du Soleil (Héliosismologie). Elle consiste à étudier la structure interne des étoiles à partir des oscillations parcourant leur surface. L'origine du terme héliosismologie vient du grec :

- *helios* : Soleil ou lumière.
- *seismos* : tremblement.
- *logos* : raisonnement ou langage.

Littéralement, cela signifie, l'étude des tremblements de la surface du Soleil. On peut faire une correspondance avec la sismologie, qui étudie les tremblements de Terre et la structure interne de notre planète. Comme autre analogie, on peut imaginer que cela reviendrait à déterminer la forme et la constitution d'un instrument de musique uniquement à partir des sons qu'il émet. Tout le monde sait différencier un tambour d'une trompette, mais cela devient moins évident lorsqu'il s'agit de deux saxophones presque identiques. Or, cette précision ($\sim 10^{-5}$ sur la détermination des fréquences) est nécessaire pour que l'héliosismologie nous renseigne sur la structure solaire. Pour bien exploiter l'information contenue dans les oscillations solaires, on étudie leur nature physique et l'on s'appuie sur les prédictions théoriques des modèles numériques. Deux approches permettent de tester la précision avec laquelle nous modélisons notre étoile:

- soit la comparaison **directe** des fréquences solaires avec celles des modèles,
- soit la méthode **inverse** permettant d'obtenir, par exemple, la vitesse du son et la densité solaire en fonction du rayon et de les comparer aux modèles.

L'obtention d'une dépendance radiale de la structure du Soleil constitue une grande avancée dans notre connaissance de celui-ci.

En fait, le Soleil est parcouru par deux types d'ondes:

- les ondes acoustiques de relativement hautes fréquences ($0.4 < \nu \leq 5.7$ mhz, voir section 3.4), dont la force de rappel est le gradient de pression,
- et les ondes de gravité, de basses fréquences ($\nu \leq 0.4$ mhz), dont la force de rappel est la gravité.

Le Soleil joue le rôle de cavité résonante en piégeant les deux types d'ondes. Seules certaines ondes interfèrent de manière constructive formant alors les ondes stationnaires que sont les modes propres de vibration du Soleil. Actuellement, seules les ondes acoustiques (dites de 5 minutes) sont observables sous la forme d'un spectre discret en fréquence (voir fig 1.1), elles sont en effet excitées par la convection (granulation) dans les couches très superficielles de notre étoile. Environ 20000 de ces oscillations sur plus de 10^7 prévues théoriquement ont déja été observés par les réseaux sols ou par les expériences à bord du satellite SOHO. Elles nous renseignent sur plus de 90% de l'intérieur solaire, nous permettant d'examiner des processus physiques aussi divers que l'équation d'état, les opacités, la diffusion des espèces chimiques, la convection, le champ magnétique, la rotation, et, à un moindre degré, les réactions nucléaires. Leur grand nombre permet une analyse fine de la dépendance radiale des quantités thermodynamiques, voire latitudinale comme pour la rotation différentielle de la zone convective, grâce à la grande précision des mesures. De telles détections venant d'étoiles de type solaire ne sont pas encore obtenues, et c'est l'objectif de la mission COROT, que de faire naître l'astérosismologie. Ceci constitue un des challenges des années à venir pour contraindre autrement que par des observables globales (luminosité, température de surface...), les étoiles dans les amas, en obtenant par exemple, la composition en surface d'hélium et indirectement l'âge. Bien sûr, dans le cas des étoiles, le nombre de modes est plus réduit, car pratiquement seuls les modes globaux (c'est à dire de bas degré l), sont observables puisqu'elles ne sont pas résolues spatialement.
À l'inverse, les ondes de gravité n'ont pour l'instant jamais été observées dans le Soleil, car elles sont confinées sous leur forme oscillante dans la zone radiative (r$< 0.7R_\odot$ ou le symbole $\odot$ désigne les grandeurs solaires), leur amplitude à la surface étant diminuée après avoir traversé, sous forme évanescente, la zone convective instable. Leur observation contraindrait bien plus précisément la structure du cœur nucléaire en comparaison des ondes acoustiques de bas degré, puisqu'elles s'y propagent la majorité du temps. On les suppose excitées par le battement des pistons convectifs sur la zone radiative. Une connaissance accrue des propriétés de ces ondes et du cœur, pourra nous aider à mieux comprendre la source d'énergie et l'évolution des étoiles ainsi que contraindre le problème des neutrinos solaires (voir section suivante).
Récemment, GOLF, un instrument d'héliosismologie conçu par une équipe franco-espagnole, a été placé à bord du satellite SOHO. Le Service d'Astrophysique, dans laquelle cette thèse s'est principalement déroulée, a participé à la réalisation de cet instrument. Son but est de répondre aux interrogations de la communauté scientifique sur le cœur du Soleil et plus généralement sur celui des étoiles par l'étude des modes acoustiques globaux et l'éventuelle découverte de quelques modes de gravité. Une partie importante de cette thèse consiste à interpréter les résultats de cette expérience en la couplant à d'autres expériences d'héliosismologie spatiales ou terrestres (LOWL, BISON, MDI, GONG,...) pour les comparer avec des modèles numériques.

1.3 Les Neutrinos Solaires

Au cœur des étoiles, certaines réactions de fusion nucléaire produisent des particules interagissant très peu avec la matière et appelées neutrinos ν. Le Soleil en produit environ 2 10^{38} par seconde. Chaque centimètre carré de la Terre est alors à son tour traversé toutes les secondes par 65 10^9 de ces particules. Ces particules furent observées pour la première fois en 1956 par Reines et Cowan, bien qu'elles aient été prédites par conservation de l'impulsion et de l'énergie cinétique dans le cas d'une désintégration β par Pauli dès 1930. Leur facilité à échapper aux détecteurs des physiciens provient du fait qu'elles ne sont sensibles qu'à l'interaction faible et à la gravité, d'où une section efficace d'interaction trés faible. Celle-ci se situe entre 10^{-46} et $10^{-41} cm^{-2}s^{-1}$ aux énergies solaires (0.2-14 MeV). La première expérience ayant observé des neutrinos solaires est l'expérience radiochimique basée sur le chlore de R. Davis en 1964. Elle posséde un seuil de détection de 0.814 Mev (voir fig 1.2) et ne détecte que les neutrinos les plus énergétiques venant du béryllium ^{7}Be, du bore ^{8}B et du cycle CNO. Elle en observe quelques dizaines par an, mais en nombre insuffisant (2 à 3 fois moins) quand on compare aux prédictions des modèles théoriques. Le problème des neutrinos solaires est lié à la difficulté d'interpréter le désaccord entre l'expérience et la théorie .

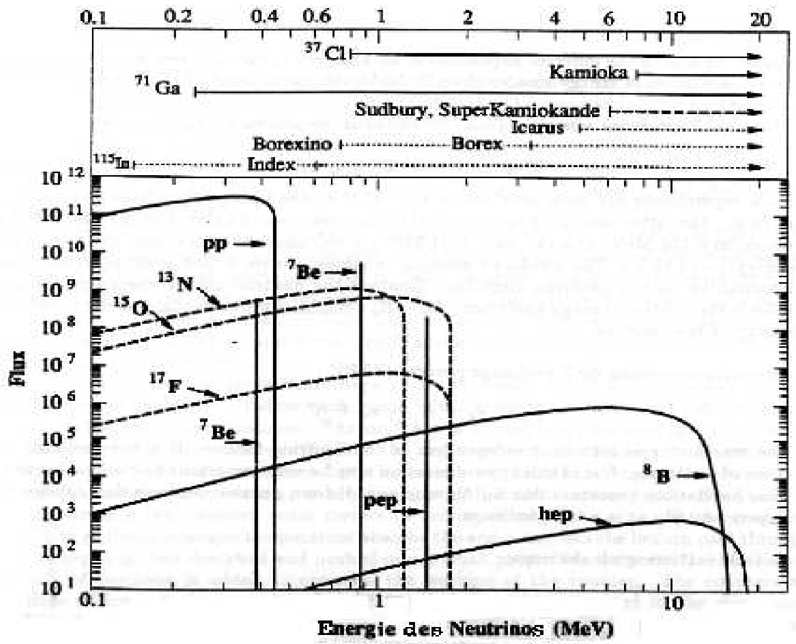


FIG. 1.2 – *Spectre en énergie des neutrinos solaires. Flux de neutrinos des sources continues en $cm^{-2}s^{-1}MeV^{-1}$, les raies sont en $cm^{-2}s^{-1}$. Au dessus, on indique les expériences présentes ou futures et leur seuil de détection*

Il a fallu attendre les années 1990 pour voir se développer des expériences (Gallex, Sage) pouvant détecter les neutrinos de basse énergie (0.27 Mev) de la réaction fondamentale (p+p $\rightarrow$ D + e^+ + ν_e + 1.172 Mev) jusqu'à ceux du bore (14 Mev).

Les résultats confirment un certain désaccord théorie-expérience, mais le nombre détecté est tout de même suffisant pour qu'une solution astrophysique ou nucléaire ne puisse être exclue et ainsi pour ne pas pouvoir considérer l'idée de réduction du flux par l'oscillation des neutrinos comme la solution définitive. Il est pourtant nécessaire de comprendre cette différence, celle-ci peut donc venir, soit de la description physique du cœur nucléaire, soit de la nature même des neutrinos.

Solutions venant de la physique des particules :

- si le neutrino est massif, il lui est possible de changer de saveur (osciller d'électronique à muonique ou tauique), par interaction dans le plasma solaire, ou dans le vide, et donc d'échapper aux détecteurs actuels, seulement sensibles à la première saveur.
- s'il possède un moment magnétique, il peut alors passer de l'hélicité gauche à l'hélicité droite, qui est stérile du point de vue de l'interaction faible, et donc ne pas interagir avec les détecteurs.

Solutions venant de l'astrophysique et de la physique nucléaire:

- une incertitude dans la description microscopique (réactions nucléaires, équation d'état, opacités et abondances initiales)
- l'existence de processus macroscopiques de mélange (instabilité, ondes de gravité, champs magnétique)
- autre source d'énergie permettant de ne plus imposer l'égalité entre énergie rayonnée et énergie nucléaire produite.
- l'existence d'un processus détruisant le béryllium ^{7}Be, d'où un nombre réduit de neutrinos venant des chaînes PPII et PPIII.

Solutions Expérimentales:

- une plus grande incertitude dans la détermination des flux et donc une distortion de la moyenne sur un temps long,
- une mauvaise détermination des sections efficaces d'absorption pour une partie du spectre en énergie.

Si la solution est de nature astrophysique, alors elle doit avoir un impact sur la structure du Soleil (principalement une baisse de la température centrale) et doit être identifiable par l'héliosismologie. Cette thèse tentera de déterminer quelles limites l'héliosismologie impose sur le cœur nucléaire et testera certaines solutions astrophysiques.

1.4 Démarche suivie

Cette thèse est consacré à l'étude de la structure interne du Soleil à partir de modèles numériques et de leur comparaison avec les données héliosismiques. Les principales motivations de cette actualisation du modèle solaire standard viennent de la remarquable précision atteinte par l'héliosismologie aussi bien au sol qu'à bord du satellite SOHO et des progrès considérables dans la détection des neutrinos solaires (SuperKamiokande, SNO). Ces nouveaux résultats expérimentaux ont encouragés tout au long de cette thèse, la recherche de processus physiques non inclus dans une représentation statique et monodimensionnelle du modèle standard du Soleil. La démarche suivie dans cette thèse consiste à construire un modèle de référence contenant les derniers résultats venant de la physique nucléaire et atomique, pour dégager les premiers processus macroscopiques dynamiques présents dans les observation sismiques. Cette approche nous a aussi permis d'évaluer l'impact de notre étude sur la comparaison prédiction/détection des neutrinos solaires. Ce manuscript est séparé en trois parties:

Tout d'abord nous présentons la théorie de l'évolution et de la structure des étoiles et du Soleil. Ensuite, la théorie des oscillations stellaires est décrite, afin de disposer d'outils d'analyse performants pour étudier la structure interne du Soleil (analyse en fréquence, vitesse du son et profil de rotation).
Dans la deuxième partie, nous présentons notre modèle solaire de référence, dans lequel nous avons introduit les récentes améliorations des ingrédients physiques tels que les taux de réactions nucléaires, l'équation d'état, les opacités et les abondances chimiques, ainsi que la diffusion au sens large de l'hélium et des éléments lourds (sont appelés ainsi, les atomes ayant un nombre de protons $Z > 2$). Nous utilisons alors les données sismiques du satellite SOHO pour analyser et valider ce nouveau modèle de référence et pour évaluer les marges de manœuvre théoriques et expérimentales dont nous disposons pour améliorer notre description du cœur nucléaire, de la zone radiative et de la zone convective. À partir des incertitudes déduites de l'étude de notre modèle de référence, nous construisons des modèles sismiquement plus proche de l'observation et nous proposons des directions pour expliquer le désaccord théorie-expérience actuel.
Enfin, dans la dernière partie, à partir de la constatation que certains écarts entre le modèle solaire standard et l'observation, notamment sur le profil de la vitesse du son, sont indépendant des ingrédients physiques microscopiques inclus dans le modèle, nous introduisons des processus macroscopiques pour tenir compte de l'aspect dynamique de l'étoile révélé par l'héliosismo logie. L'ajout de processus liés à la rotation du Soleil, comme le mélange dû à la transition zone convective/zone radiative ou à la convection, comme la pression turbulente dans les couches externes, nous permettent d'obtenir une vue moins statique du Soleil à l'âge présent.

1.5 Résumé de la Thèse

Le plan suivant résume le contenu des chapitres:

- Chapitre 1
  Introduction générale, rappelant les domaines abordés dans cette thèse et les raisons d'une étude précise du Soleil et de sa structure interne.

Partie I

- Chapitre 2
  Introduction à la théorie de l'évolution stellaire, replaçant l'étude du Soleil dans le contexte plus général de la formation et de l'évolution des étoiles, et obtention des équations de structure nécessaires au calcul de modèles numériques solaires.
- Chapitre 3
  Introduction à la théorie des oscillations stellaires, avec une attention particulière portée sur le diagnostic héliosismique, nous permettant d'analyser précisément les modèles solaires (profil de vitesse du son, fréquences des modes acoustiques et de gravité, base de la zone convective), ainsi qu'une présentation de l'instrument GOLF à bord du satellite SOHO et du code numérique nous permettant de calculer les oscillations.

Partie II

- Chapitre 4
  Présentation du code d'évolution stellaire CESAM et des modifications que nous avons apporté sur les ingrédients physiques afin d'obtenir notre modèle solaire de référence. Nous analysons le rôle de la diffusion, des opacités, des taux de réactions nucléaires en utilisant le diagnostic héliosismique déduit des données du satellite SOHO et nous actualisons la prédiction du flux de neutrinos solaires des modèles solaire standard. Enfin nous déduidons des résultats de ce modèle, les marges de manœuvre théoriques possible pour améliorer l'accord théorie-expérience.
- Chapitre 5
  Dans ce chapitre nous présentons la première étude du cœur nucléaire à partir des données de l'instrument GOLF et la possibilité de solutions astrophysiques ou nucléaires au problème des neutrinos solaires (connaissance des réactions nucléaires, de l'écrantage coulombien, de processus de mélange), à partir des contraintes imposées par l'héliosismo logie dans cette région de notre étoile (profil de vitesse du son central, modes de bas degré, fréquence de Brunt-Väisälä).
- Chapitre 6
  Nous analysons la zone radiative, et notre connaissance des processus dominant dans cette partie de l'étoile, afin de caractériser l'influence d'un changement d'abondances chimiques des éléments lourds, d'opacité, d'efficacité de la diffusion, vis à vis du profil

sismique actuel.

Partie III

- Chapitre 7
  Ce chapitre est consacré à l'étude de la transition zone radiative/zone convective, à leur interaction ainsi qu'au rôle joué par la rotation et les processus de mélange turbulent qu'elle génére dans cette partie de l'étoile. Nous nous sommes notamment intéressés à quantifier le rôle joué par la présence d'un mélange dans cette zone sur la structure et les abondances chimiques de surface.
- Chapitre 8
  Ce chapitre est consacré à l'étude des couches externes du soleil ($r > 0.999R_\odot$) et à leur rôle dans la détermination des fréquences des modes acoustiques. On étudie notamment le rôle de la pression turbulente dans la structure très externe de l'étoile.
- Chapitre 9
  Présentation des conclusions de cette thèse et des perspectives à venir.

Première partie

Structure Interne des Étoiles et Théorie des Oscillations Stellaires

Chapitre 2

Évolution et Structure Interne des Étoiles

Sommaire

2.1 Introduction 13
2.2 Des Nébuleuses aux Étoiles 14
2.3 Les Équations Hydrodynamiques 16
2.4 Ingrédients Physiques 21

2.1 Introduction

Ce chapitre est dédié à la structure interne et à l'évolution des étoiles telles qu'on les connait actuellement. Historiquement, on a classifié les étoiles par leur type spectral et leur température de surface en les nommant: O, B, A, F, G, K, M (régle mnémotechnique: Oh Be A Fine Girl Kiss Me). Ces classes sont ensuite subdivisées en 10 sous-classes de température décroissante. Les étoiles de type solaire sont de type G ce qui correspond a une température de surface comprise entre 6000 K et 5000K ainsi qu'à la présence importante dans leur spectre de raies atomiques de métaux neutres et d'une faible précence de raies de l'hydrogène (Clayton 1968). Le Soleil en particulier est une étoile de type G2 avec une température de surface d'environ 5800 K (ce qui correspond à la couleur jaune).
La recherche d'une source d'énergie capable d'alimenter pendant des milliards d'années l'énergie rayonnée par les étoiles n'a pu aboutir qu'avec le développement de la physique nucléaire. C'est Eddington en 1920 qui proposa l'énergie nucléaire de fusion de l'hydrogène en hélium comme source d'énergie suffisante et durable. Ensuite plusieurs grands chercheurs ont amélioré notre compréhension du cœur nucléaire des étoiles: Gamow en introduisant l'effet tunnel expliqua pourquoi les réactions existaient dans les conditions stellaires, Bethe pour le cycle CNO, source d'énergie complémentaire pour le brûlage de l'hydrogène et Fowler pour les chaînes PPII, PPIII. En même temps, Chandrasekhar et Schwarzschild développèrent à partir des équations hydrodynamiques, les équations de structure de l'évolution stellaire.

Avec l'avènement des ordinateurs dans les années soixante, les calculs numériques de modèles d'étoiles deviennent de plus en plus précis et ont pour seules contraintes les caractéristiques globales de celles-ci (masse, température effective, rayon). Il est pour cela très intéressant de remarquer que la sismologie stellaire a permis de faire un grand pas en avant dans le diagnostic des intérieurs stellaires (voir chapitre 3) puisqu'elle permet de contraindre la structure en fonction du rayon.
Plusieurs ouvrages présentent la théorie de l'évolution et de la structure interne des étoiles, on peut citer ceux d'Eddington (1926) et de Chandrasekhar (1939) ou plus récemment ceux de Clayton (1968), de Cox et Giuli(1968) et de Kippenhahn et Weigert (1994) ainsi que, plus spécifiquement pour le Soleil, celui de Stix (1991), de Cox, Livingston et Matthews (1991) et la revue de Turck-Chièze et al. (1993).

2.2 Des Nébuleuses aux Étoiles

Afin de faire le lien entre le soleil et l'évolution stellaire, nous allons rappeler, dans la limite des connaissances actuelles, les principaux stades de formation et d'évolution des étoiles jusqu'au brûlage de l'hydrogène (Cox, Livingston et Matthews 1991, Rolfs et Rodney 1988, Spitzer 1978).
Les observations du milieu interstellaire indiquent que les étoiles naissent à partir des cœurs denses enfouis dans les nuages d'hydrogène moléculaire. La taille typique des nuages est quelques dizaines de parsecs (1 parsec=3.26 années lumières) pour une masse de l'ordre de $10^4 M_\odot$, alors qu'elle n'est que de 0.1 parsec et de quelques masses solaires pour les cœurs, dont la température est $10K$.
On suppose que l'instabilité gravitationnelle est la cause de l'effondrement de ces cœurs, convertissant l'énergie potentielle gravitationnelle en énergie cinétique s'échappant sous forme de chaleur. Cet effondrement se fait de manière isotherme (i.e à T=cte) jusqu'à ce que le temps caractéristique pour atteindre l'équilibre thermique soit de l'ordre du temps caractéristique de chute libre $\tau_{th} \sim \tau_{ff}$ (voir l'encadré 1 sur les temps caractéristiques). À ce stade, l'effondrement s'effectue adiabatiquement, les parties centrales du gaz se densifient ($\rho \sim 10^{-13} gcm^{-3}$), deviennent opaques et chauffent alors que la surface continue de rayonner. On obtient un cœur en équilibre hydrostatique (i.e. le gradient de pression équilibre la gravité) entouré d'une enveloppe toujours en chute libre, formant un choc d'accrétion. Cette phase de la formation des étoiles est communément appelée **proto-étoile**, et ses dimensions spatiales sont de l'ordre du système solaire (voir fig 2.1a).
La proto-étoile continuant à accréter, son intérieur chauffe, se contracte, et finit par dépasser la température de dissociation $T \sim 2000K$ de l'hydrogène moléculaire. Cela a pour conséquence de déstabiliser la proto-étoile et elle s'effondre alors à nouveau. Dès que le gaz est totalement sous forme atomique, l'effondrement s'arrête ($\rho \sim 2 \times 10^{-2} gcm^{-3}$ et $T \sim 2 \times 10^4 K$), formant un deuxième choc à sa surface, le premier finissant par disparaître (voir fig 2.1b). La compression centrale est adiabatique aussi longtemps que le temps caractéristique d'accrétion

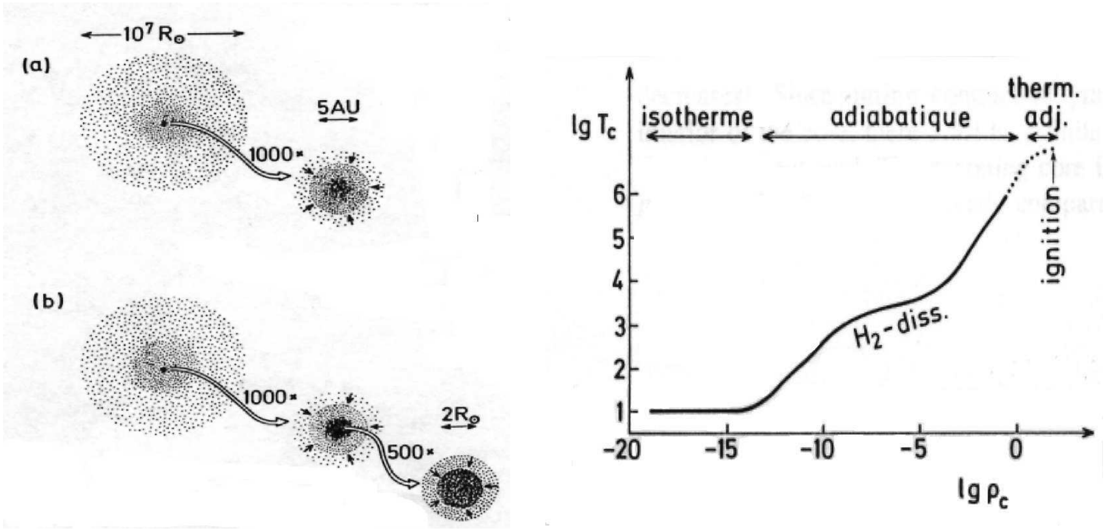


FIG. 2.1 – *l'évolution centrale d'un nuage d'une masse solaire*

τ_{accr} du cœur est petit devant celui de Kelvin-Helmholtz τ_{KH}. Au fur et à mesure que le cœur accrête l'enveloppe, le taux d'accrétion diminue, jusqu'à ce que le ralentissement de l'accrétion impose que τ_{accr} soit supérieur à τ_{KH}. Dès lors, le cœur peut de nouveau atteindre l'équilibre thermique mais le transfert d'énergie cesse d'être adiabatique. La proto-étoile a pratiquement sa masse finale (voir fig 2.1c).

Tant que l'étoile n'a pas atteint une température centrale suffisante pour amorcer les réactions nucléaires de fusion, elle doit compenser sa perte d'énergie due au rayonnement, par une contraction (conséquence du théorème du viriel, voir appendice). Cette phase est généralement appelée **pré-séquence principale** (PMS). Seules les proto-étoiles ayant au moins une masse de $\sim 0.08M_\odot$ peuvent atteindre une température centrale de 10^7K, nécessaire au brûlage de l'hydrogène; les autres deviendront des naines brunes (de grosses Jupiter). Une fois cette température centrale atteinte, la luminosité est entretenue par la transformation de l'hydrogène en hélium et la contraction s'arrête. L'étoile a alors atteint la phase la plus longue de son existence, appelée **séquence principale** et y reste d'autant plus que sa masse est faible. Le temps mis pour atteindre ce stade est lui aussi relié à la masse de la proto-étoile, celui-ci aussi étant d'autant plus long que sa masse est faible.

Il est intéressant de remarquer que, bien que les caractéristiques globales des étoiles (rayon, luminosité, masse) parcourent chacune plusieurs ordres de grandeur, on peut les relier entre elles. En effet, ces différentes valeurs correspondent à différents stades d'évolution, comme cela est clairement visible dans un diagramme de Hertzsprung-Russel où l'on représente le type spectral de l'étoile en fonction de sa luminosité. La figure 2.2 représente un diagramme HR pour différents stades d'évolution, on y remarque:

- la séquence principale,
- les géantes (stade des étoiles avant la séquence principale ou de celle ayant une faible masse ($< 6M_\odot$) ayant consommé leur hydrogène, mais ne pouvant aller au-delà du brûlage de l'hélium)

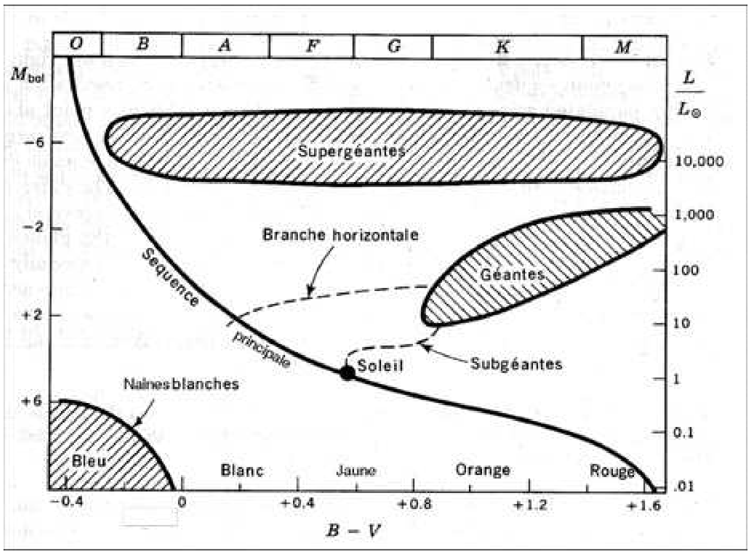


FIG. 2.2 – *Diagramme de Hertzsprung-Russel*

– la branche des supergéantes (stade avancé des étoiles de grande masse après l'arrêt du brûlage de l'hydrogène),
– les naines blanches (phase finale des étoiles de type solaire, n'étant pas assez massives pour enclencher le brûlage du carbone).

La théorie de la structure et de l'évolution des étoiles explique raisonnablement bien cette classification, et le Soleil permet de calibrer ses différents stades.

Après cette courte introduction sur la formation des étoiles, nous allons nous intéresser essentiellement à la séquence principale. Pour le Soleil, on évalue que cette période couvre 10 milliards d'années; certaines étoiles très massives ($M \geq 8M_\odot$) n'y passeront que quelques dizaines à quelques millions d'années. Une caractéristique des étoiles de la séquence principale est que l'on peut avoir une idée approximative de leur masse par la relation masse-luminosité: $L \propto M^{3.3}$.

2.3 Les Équations Hydrodynamiques

La théorie d'évolution des étoiles est basée sur les équations hydrodynamiques décrivant l'aspect macroscopique des étoiles et sur une description précise des propriétés du gaz composant les étoiles pour l'aspect microscopique.

2.3.1 Cas Général

En exprimant la conservation de la masse, de l'impulsion et de l'énergie d'une particule fluide, on peut obtenir les équations fondamentales gouvernant son évolution spatiale et temporelle. Pour une dérivation de ces équations, voir par exemple les livres de Landau et Lifschitz (1989), Chandrasekhar (1981), Pedlosky (1990) et Rieutord (1997).

On peut définir trois échelles de temps caractéristiques pour l'évolution des étoiles :

- le **temps de chute libre** τ_{ff} (free fall en anglais) nécessaire à l'étoile pour s'effondrer sur elle-même :

$$\begin{aligned}\tau_{ff} &= \sqrt{\frac{2R^3}{GM}} \\ &\sim 0.04(\bar{\rho}_\odot/\rho)\text{jours}\end{aligned}$$

où G est la constante de gravitation, R, M, ρ, le rayon, la masse et la densité de l'objet, $\bar{\rho}_\odot$ la densité solaire moyenne ($\sim 1.4\ g/cm^3$).
- le **temps de Kelvin-Helmholtz ou thermique** τ_{KH} nécessaire à l'étoile pour se rééquilibrer thermiquement ou pour réduire d'un facteur e (e.g. 2.78) son rayon lors d'une contraction gravitationnelle :

$$\begin{aligned}\tau_{KH} &= \gamma\frac{GM^2}{LR} \\ &\sim 2\times10^7\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^2\left(\frac{L_\odot}{L}\right)\left(\frac{R_\odot}{R}\right)\text{années}\end{aligned}$$

L est la luminosité de l'objet, γ est de l'ordre de l'unité (il vaut environ 3/2 dans le cas d'étoiles de la séquence principale).
- le **temps nucléaire** τ_{nuc} nécessaire à l'étoile pour changer ses propriétés par l'effet des réactions nucléaires :

$$\begin{aligned}\tau_{nuc} &\sim \lambda\frac{0.007Mc^2}{L} \\ &\sim 10^{10}\left(\frac{M}{M_\odot}\right)\left(\frac{L_\odot}{L}\right)\text{années}\end{aligned}$$

Remarque : λ est la proportion de masse de l'étoile utilisée pour le brûlage de l'hydrogène (compris entre 0.1 et 0.2), le chiffre 0.007 est le rendement énergétique de la transformation de 4 atomes d'hydrogène en un d'hélium et c la vitesse de la lumière.
Pour le Soleil ces trois temps sont respectivement de 1 heure, de 2×10^7 ans et de 10^{10} ans. Quand une étoile est sur la séquence principale, τ_{nuc} est l'échelle caractéristique, si la contraction gravitationnelle lui fournit son énergie, τ_{KH} permet de caractériser son évolution et si elle est dans une phase d'effondrement alors on prend τ_{ff}.

TAB. 2.1 – *Temps caractéristiques*

Donc pour un fluide soumis à des forces extérieures, dont la gravité, et disposant d'une source d'énergie propre (nucléaire par exemple), on obtient:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}.(\rho\vec{u}) = 0 \tag{2.1}$$

$$\rho\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u}.\vec{\nabla}\right)\vec{u} = \rho\vec{f} - \vec{\nabla}P - \rho\vec{\nabla}\Phi + \vec{\nabla}. \parallel \tau \parallel \tag{2.2}$$

$$\rho T\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u}.\vec{\nabla}\right)S = \rho(\epsilon_N + \epsilon_V) - \vec{\nabla}.\vec{F} \tag{2.3}$$

où ρ est la densité, P la pression, T la température, $\vec{u}$ le vecteur vitesse, S l'entropie spécifique, $\parallel \tau \parallel$ le tenseur des contraintes, ϵ_N le taux de réactions nucléaires, ϵ_V la chaleur créée par viscosité, Φ le potentiel gravitationnel, $\vec{F}$ le flux d'énergie et $\vec{f}$ d'autres forces extérieures, par exemple magnétique.
Complémentaire à ces équations pour fermer et résoudre le sytème, nous devons introduire

- l'équation pour le transport de l'énergie depuis le cœur nucléaire où elle est produite jusqu'à la surface où elle s'échappe sous rayonnement. Nous verrons section 2.3.2 que dans les étoiles, il y a compétition entre le transport sous forme de rayonnement et celui par convection et nous expliciterons alors cette équation.

- l'équation de Poisson qui relie le potentiel gravitationnel à la distribution de masse:

$$\vec{\nabla}^2\Phi = 4\pi G\rho \tag{2.4}$$

- l'équation d'évolution de la composition chimique, tenant compte à la fois des réactions nucléaires, de la diffusion microscopique et du triage gravitationnel.

$$\frac{\partial \vec{X}_i}{\partial t} = \Psi_{nuc} + \Psi_{diff+tri} \tag{2.5}$$

- une description détaillée des propriétes du plasma stellaire en fonction de la composition chimique $\vec{X}_i$ et des conditions thermodynamiques (ρ,T), à savoir une équation d'état $P(\rho, T, \vec{X}_i)$, la connaissance des opacités (e.g. interaction rayonnement-matière) $\kappa(\rho, T, \vec{X}_i)$ et des taux de réactions nucléaires $\epsilon(\rho, T, \vec{X}_i)$.

Ce système d'équations peut être simplifié par l'ajout d'hypothèses sur l'état d'équilibre des étoiles. Nous allons donc les adapter aux étoiles de type solaire.

2.3.2 Application aux Étoiles de type Solaire

Les principales hypothèses permettant d'obtenir les équations de structure pour ce type d'étoile sont :

- l'équilibre hydrostatique (gradient de pression=gravitation),
- l'équilibre thermique (énergie nucléaire=énergie rayonnée),

- pas de rotation, pas de champ magnétique ⇔ symétrie sphérique,
- pas de perte de masse.

En appliquant la statique des fluides aux équations hydrodynamiques afin de décrire l'évolution des étoiles comme une série d'équilibre quasi-statique (c.a.d $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ et $\vec{u} = \vec{0}$), ainsi qu'en négligeant la viscosité et toutes les forces autres que la gravité, l'équation de Navier-Stokes se réduit à celle d'Euler. On obtient alors l'état d'équilibre de l'étoile au repos :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}P + \rho\vec{\nabla}\Phi &= 0 \\ \vec{\nabla}.\vec{F} - \rho\epsilon_N &= 0 \end{aligned}$$

En tenant alors compte de la symétrie sphérique, les équations ne dépendent plus que de la composante radiale du système de coordonnées sphériques (r,θ,φ). Ensuite, on introduit la masse m comme variable lagrangienne d'intégration (masse contenue dans une coquille sphérique de rayon r, $m = 4/3\pi\rho r^3$) à la place de la composante radiale r.
En reliant le flux d'énergie $\vec{F}$ à la luminosité de l'étoile L par, $L = 4\pi r^2 F$, la luminosité s'échappant d'une coquille sphérique de rayon r, on obtient l'équation de l'équilibre thermique pour chaque coquille sphérique. L'énergie perdue sous forme de neutrinos ϵ_ν ainsi que la chaleur dégagée $T\frac{\partial S}{\partial t}$ par le réajustement de la structure d'équilibre au fur et à mesure que l'étoile évolue de manière quasi-statique, doivent aussi être prises en compte pour l'équilibre thermique. Puis en utilisant l'équation de Poisson et en posant $\vec{g}$ l'accélération gravitationnelle égale à $\vec{g} = -\vec{\nabla}\Phi$, on obtient l'équilibre hydrostatique en fonction de m et de r. Finalement, on introduit dans l'équation pour le transport de l'énergie le gradient réel $\nabla = \frac{\partial lnT}{\partial lnP}$ dont la valeur est modifiée selon que l'énergie soit transportée par convection, par radiation ou les deux à la fois. En introduisant toutes ces manipulations, les équations de structure deviennent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial r}{\partial m} &= \frac{1}{4\pi\rho r^2} \\ \frac{\partial P}{\partial m} &= -\frac{Gm}{4\pi r^4} \\ \frac{\partial L}{\partial m} &= \epsilon_N - \epsilon_\nu - T\frac{\partial S}{\partial t} \qquad (2.6) \\ \frac{\partial T}{\partial m} &= -\frac{GmT}{4\pi r^4 P}\nabla \end{aligned}$$

$$(2.7)$$

Le critère le plus souvent utilisé pour connaître le mode de transport de l'énergie est celui de Schwarzschild $\nabla_{rad} > \nabla_{ad}$ caractérisant l'instabilité convective, où ∇_{rad} et ∇_{ad} sont respectivement le gradient radiatif et le gradient adiabatique (voir par exemple Cox et Guili 1968). Dans le cas du Soleil, c'est la forte augmentation de l'opacité du plasma due au changement d'état d'ionisation du carbone de l'azote et de l'oxygène, qui fait que l'instabilité convective démarre. Celle-ci est décrite par la théorie de la longueur de mélange (MLT) (voir Cox et Giuli 1968, Böhm-Vitense 1958 ainsi que le chapitre 8), faisant intervenir un paramêtre

$\alpha = l/H_p$ rapport entre la distance l parcourue par une cellule convective avant de libérer son énergie et l'échelle de pression H_p du milieu.
Le gradient de température est:

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial m} &= -\frac{1}{4\pi\rho r^2}\frac{3}{4ac}\frac{\kappa\rho}{T^3}\frac{L}{4\pi r^2} \text{ , si le transport est radiatif} \\ &= \frac{\Gamma_2 - 1}{\Gamma_2}\frac{T}{P}\frac{\partial P}{\partial m} \text{ , si le transport est convectif et adiabatique}\end{aligned}$$

On couple ces équations à l'équation d'évolution de la composition chimique. Celle-ci est évaluée un grand nombre de fois pour tenir compte des légères modifications de composition chimiques dues aux réactions nucléaires et à la diffusion microscopique. Une fois la composition chimique connue le long du modèle $\vec{X}(m)$, on peut résoudre les équations de structure à un temps t fixé et réitérer le processus jusqu'à la précision voulue.

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = \frac{m_i}{\rho}\left(\sum_j r_{ji} - \sum_k r_{ik}\right) - \frac{\partial F_i}{\partial m}, i = 1, ..., nchim \tag{2.8}$$

où r_{ji} et r_{ik} sont respectivement les réactions nucléaires créant et détruisant l'espèce chimique X_i, $F_i(m,t) = -4\pi r^2\rho\left(4\pi r^2\rho\sum_j d_{i,j}\frac{\partial X_j}{\partial m} - v_i X_i\right)$ représente le flux de composition chimique dû à la diffusion, $nchim$ est le nombre d'espèces chimiques considérées, $d_{i,j}$ est le coefficient de diffusion atomique pour l'espèce chimique i par rapport à l'espèce j, la i-ème composante $d_{i,i}$ incluant un coefficient de diffusion turbulente D_T et finalement v_i est la vitesse de diffusion.

2.3.3 Conditions aux limites

Pour résoudre le système d'équations différentielles du 4 ème ordre, il est nécessaire d'introduire quatre conditions aux limites.

- Pour le centre:
  Dans ce système d'équation, le centre est un point singulier où les variables physiques telles que la pression P, la température T, la densité ρ et la composition chimique $\vec{X}$ doivent avoir une valeur finie. On pose également L=0 et r=0 en m=0. Il existe deux façons de traiter cette singularité, soit par un développement limité au 2ème ordre (Kippenhahn et al. 1967, Paczynski 1969), soit par un changement de variables approprié (Eggleton 1971, Morel 1997).
- Pour la surface:
  Cette région est très sensible aux ingrédients physiques utilisés pour la décrire. La condition la plus simple consiste à considérer l'équilibre hydrostatique, une pression extérieure nulle $P_{ext} = 0$ pour une profondeur optique $\tau = 0$ et une température T égale à $T_{eff} = 5800K$ à un rayon solaire. Comme les modes de pression sont excités dans cette région et qu'ils y passent le plus de temps (c.f fig 5.3), des conditions plus réalistes, basées sur des modèles d'atmosphères stellaires ont été développées. Dans les

modèles solaires, ils ne sont "restitués" qu'à travers une loi $T(\tau, T_{eff})$, vue la difficulté et le ralentissement occasionné pour traiter le transfert de rayonnement. Une discussion plus détaillée sera faite au chapitre 8.

Maintenant que l'on possède toutes les équations et les conditions aux limites, nous pouvons suivre l'évolution et la structure d'une étoile. La qualité des résultats dépend fortement de la description du plasma stellaire et des processus physiques inclus dans le modèle. Dans la section suivante, nous décrirons plus précisement, l'aspect microscopique de ce modèle.

2.4 Ingrédients Physiques

L'amélioration de la description microscopique de l'intérieur des étoiles constitue toujours un passage obligé pour mieux les comprendre et les modéliser. Dès qu'une observation ou une avancée théorique le justifie, l'équation d'état, les opacités, les abondances et les réactions nucléaires sont remises à jour. Une fois encore, la proximité du Soleil, couplée à la sismologie, permet de l'utiliser comme laboratoire de physique moderne et d'améliorer notre compréhension de sa structure interne.

2.4.1 Équation d'état

L'équation d'état permet de caractériser les propriétés thermodynamiques des fluides (au sens général). Soit donc un mélange gazeux dans un état quelconque, pour lequel on peut définir une pression P, une température T, une densité ρ et une composition chimique $\vec{X}$ et choisissons alors des variables de travail, dans notre cas T, ρ et la composition chimique $\vec{X}$, il est alors possible de suivre l'évolution de ce mélange vers un état d'équilibre caractérisé par la minimisation de l'énergie libre $F = E - TS$ (E énergie interne et S entropie) du système (i.e ensemble canonique) voir Hill (1956) et Diu et al. (1989). La mécanique statistique nous apprend alors que l'on peut relier les propriétés thermodynamiques du gaz entre elles par une loi du type: P=P(T,ρ,$\vec{X}_i$) se déduisant directement du principe de minimisation de l'énergie libre.

On peut alors définir à partir de cette loi, plusieurs coefficients dits du deuxième ordre par rapport à F, susceptibles de faciliter l'analyse des conditions thermodynamiques du gaz (Cox&Giuli 1968):

les compressibilités:

$$\chi_\rho \equiv \left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho}\right)_T, \ \chi_T \equiv \left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln T}\right)_\rho$$

les chaleurs spécifiques (où Q est la chaleur):

$$c_V \equiv \left(\frac{dQ}{dT}\right)_V, \ c_P \equiv \left(\frac{dQ}{dP}\right)_P$$

les trois exposants adiabatiques:

$$\Gamma_1 \equiv \left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho}\right)_{ad}, \quad \frac{\Gamma_2}{\Gamma_2 - 1} \equiv \left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln T}\right)_{ad}, \quad \Gamma_3 - 1 \equiv \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln \rho}\right)_{ad}$$

Si l'on considère seulement la loi des gaz parfaits comme équation d'état $P = N_A{*}k{*}\rho{*}T/\mu$ où N_A est le nombre d'Avogadro, k la constante de Boltzman, T la température, ρ la densité et μ le poids moléculaire moyen défini par $\mu = (\sum_i X_i(1+Z_i)/\mu_i)^{-1}$ avec X_i, Z_i, μ_i resp. l'abondance en masse, le nombre atomique et le poids moléculaire de l'espèce i, alors les coefficients valent :

$$\chi_\rho = \chi_T = 1, \; c_P - c_V = N_A * k/\mu, \; \Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma_3 = \gamma = c_P/c_V = 5/3$$

Dès lors, tout écart à ces valeurs pourra être utilisé comme indicateur de l'importance du nouvel effet considéré par rapport au gaz parfait (GP).

La finesse de notre description dépendra bien évidemment du nombre d'effets non-idéaux considérés par rapport au gaz parfait, étant entendu que la pression de radiation du gaz $P = (1/3){*}a{*}T^4$ est considérée comme un effet idéal pour lequel, s'il est totalement dominant, les exposants adiabatiques $\Gamma_{1,2,3}$=4/3, mais ne sont pas égaux à $\gamma = c_P/c_V = \infty$. Comme effets non-idéaux présents dans le plasma stellaire on peut citer: les effets coulombiens entre les diverses espèces d'ions, la dégénérescence électronique, l'ionisation en pression (apparaissant pour une distance entre atomes $d = (N/V)^{1/3} < 1$ rayon de Bohr $\sim$ 0.5 Å). Comme nous le verrons dans le chapitre 4, des calculs de plus en plus précis ont été développés pour traiter globalement le problème de l'équation d'état (équations OPAL et MHD). De plus, une des difficultés dans le cas des étoiles est qu'il faut connaître la pression P sur un grand intervalle de densité $\rho \in [10^2, 10^{-10}] gcm^{-3}$ et de température $T \in [10^7, 10^3]K$.
Ici, nous allons décrire l'équation d'état VDC (pour Vardya, Dégénéréscence, Coulomb) basée sur l'approche dite chimique et tenant compte dans sa version la plus actuelle (l'originale étant extraite de Vardya (1968)), de plusieurs corrections telles que, la formation d'hydrogène moléculaire, la dégénérescence électronique et les effets coulombiens (Dzitko et al. 1995) à laquelle on adjoint l'équation de Saha pour connaître l'état d'ionisation du gaz et un critère *ad hoc* pour l'ionisation en pression dans le cœur de l'étoile afin de conserver à cette équation sa forme analytique. Il est important pour le diagnostic sismique de bien décrire l'intérieur solaire afin d'obtenir des prédictions précises en valeur absolue de fréquence et ainsi pouvoir les comparer aux données expérimentales récentes (expériences spatiales à bord de SOHO) pour analyser la structure interne sans biais venant des couches superficielles. Nous reviendrons sur l'efficacité de cette équation à rendre compte du plasma solaire au chapitre 4. Cette équation a donc pour expression:

$$P = P_{ions} + P_{elec} + P_{rad} + P_{coulomb}$$

$$P = N_A kT\rho/\mu_a + n_e kT \frac{2I_{3/2}(\eta)}{3I_{1/2}(\eta)} + \frac{4\sigma}{3c}T^4 + P_{coulomb}$$

où μ_a est le poids moléculaire atomique défini par $\mu_a = (\sum_i X_i/\mu_i)^{-1}$, n_e la densité numérique d'électron, $I(\eta)$ les intégrales de Fermi, η la dégénérescence électronique, σ la constante de Stephan.
La correction coulombienne pouvant prendre différentes formulations: celle, classique, de Debye (Cox& Giuli 1968) ou celle de Mitler (1977) qui s'étend jusqu'au plasma moyennement couplé:

$$P_{coul}^{Deb} = -\frac{\pi^{1/2}e^3}{3(kT)^{1/2}}(\sum_{i>0} n_i Z_i^2 + n_e)^{3/2}$$

$$P_{coul}^{Mit} = -\frac{kT}{12(Z^* + \theta_e)}[\sum_{i>0} n_i Z_i x_i(2+x_i) + n_e x_e(2+x_e)]$$

où e est la charge de l'électron, n_i la densité numérique de l'ion i, Z_i sa charge, θ_e une variable reliée à la dégénéréscence électronique, $Z^* = \sum_i n_i Z_i^2 / \sum_i n_i Z_i$, $x_i = [(3\kappa^2 Z_i)/(4\pi n_e) + 1]^{1/3} - 1$, $x_e = [(3\kappa^2)/(4\pi n_e) + 1]^{1/3} - 1$ et $\kappa = (4\pi e^2 n_e (Z^* + \theta_e)/kT)^{0.5}$. Dans le cas du Soleil, c'est surtout la pression des ions qui maintient l'équilibre avec la gravitation, la pression de radiation est de l'ordre de 10^{-3} au centre (elle est plus importante dans les couches très superficielles, mais son évaluation ne plus être faite à partir de l'approximation de diffusion valable uniquement à grande profondeur optique), celle du gaz dégénéré d'électrons est de l'ordre de 5% au centre et la correction coulombienne autour de 1.5%. La pression totale varie entre $\sim 2 \times 10^{17}$ dynes cm^{-2} ou 2×10^{14} mbar au cœur du Soleil jusqu'à $\sim 10^5$ dynes cm^{-2}.

2.4.2 Opacités et Abondances

L'opacité d'un gaz est directement reliée à sa capacité de laisser traverser ou non la lumière. Pour le Soleil par exemple, un photon produit dans la partie centrale, mettra 10^6 ans pour parvenir à sa surface, alors qu'il ne met que 8 minutes ensuite pour parvenir sur Terre. Son long trajet dans les "entrailles" solaires est dû aux nombreuses interactions qu'il subit avec la matière solaire environnante, passant d'une énergie thermique de l'ordre du keV (rayon X) à un énergie autour du dizième d'électron volt (Visible) quand il s'échappe de la photosphère. L'interaction rayonnement-matière est généralement traitée par l'équation de transfert, dans le cas des intérieurs stellaires, celle-ci peut être approximée par l'équation de diffusion. Pour évaluer l'opacité d'un mélange gazeux, la connaissance précise des abondances chimiques et de leurs niveaux d'énergie est nécessaire, on en déduit alors la moyenne dite de Rosseland κ_R des opacités individuelles monochromatiques. Nous rappelons ici l'expression de κ_R dans le cas d'un indice réfractaire égal à 1.

$$\frac{1}{\kappa_R} \equiv \frac{\int_0^\infty \frac{1}{\kappa_\nu}\frac{\partial B_\nu(T)}{\partial T}d\nu}{\int_0^\infty \frac{\partial B_\nu(T)}{\partial T}d\nu} \tag{2.9}$$

$$= \frac{15}{4\pi^4}\int_0^\infty \frac{1}{\kappa_\nu^{(a)}(1-e^{-u}) + \kappa_\nu^{(s)}}\frac{u^4 e^{-u}}{(1-e^{-u})^2}du \tag{2.10}$$

avec, $u \equiv h\nu/kT$ le rapport entre l'énergie du photon en fonction de sa fréquence et l'énergie thermique, $B_\nu(T)$ la fonction de corps noir de Planck et κ_ν l'opacité monochromatique. Pour le Soleil, les abondances sont connues à 10-15% (Grevesse & Noels 1993), ce qui implique que l'on ne connait l'opacité de Rosseland qu'à 5-10% près, si l'on ajoute les incertitudes théoriques. Elle varie de 5 ordres de grandeur passant de $\sim 1cm^2/g$ au centre à $10^5cm^2/g$ dans la région d'ionisation partielle de l'hélium. On décompose généralement l'interaction rayonnement-matière en divers processus élémentaires:

- transition liée-liée : absorption/émission d'un photon par un atome, durant laquelle un électron transite d'un état lié à un autre état lié.
- transition liée-libre : absorption d'un photon par un atome, durant laquelle un électron transite d'un état lié au continuum (photoionisation), ou son processus inverse qui émet un photon (recombinaison radiative).
- transition libre-libre : absorption d'un photon par un électron libre, qui momentanément transite vers un ion et ensuite revient à un état libre; le processus inverse s'appelle *bremsstrahlung*.
- diffusion par des électrons : diffusion des photons par des électrons libres du gaz, diffusion Compton ou Thomson, selon si les électrons sont relativistes ou non.

La table 2.2 présente l'abondance en nombre d'hydrogène, d'hélium et des éléments lourds, pour le modèle de référence présenté chapitre 4. Les principaux éléments lourds présents dans le Soleil outre C, N, O, sont résumés table 4.1. Ils jouent tous un rôle important dans l'évaluation de l'opacité de Rosseland, vu leur grand nombre de raies atomiques, malgré leur faible abondance. Par exemple, l'oxygène et le fer représentent plus de 60% de l'opacité totale à la base de la zone convective alors que leur abondance en nombre est inférieure au pour mille. Comme dans le cas de l'équation d'état, une connaissance précise des abondances et

Elément	Fraction Relative en Nombre
H	0.9228
He	0.076
Z	0.0012

TAB. 2.2 – *Abondances Chimiques*

des opacités permet d'utiliser le diagnostic sismique pour contraindre notre compréhension de la structure solaire et inversement, d'utiliser le Soleil comme laboratoire de physique. Nous montrerons dans le chapitre 6 concernant la zone radiative, l'importance qu'ont les opacités et les abondances chimiques dans la précision de nos calculs.

2.4.3 Les Réactions Nucléaires

Quand il est devenu évident que l'âge de la Terre (par la datation des roches) était supérieur au temps de Kelvin-Helmholtz τ_{KH}, les physiciens ont recherché pour les étoiles une source d'énergie autre que la gravitation. L'énergie nucléaire est restée la seule candidate raisonnable. Le brûlage de l'hydrogène en hélium comme réaction dominante pour les étoiles de type solaire fut avancé pour diverses raisons : l'hydrogène est l'élément le plus abondant, il a une faible charge, et cette réaction a un haut rendement énergétique. Mais avec une température centrale de $\sim 1.5 10^7$ K, l'énergie thermique des atomes (~ 1.3 keV) ne suffit pas pour passer la barrière coulombienne (~ 1 MeV) (c.f fig 2.3). C'est le chercheur

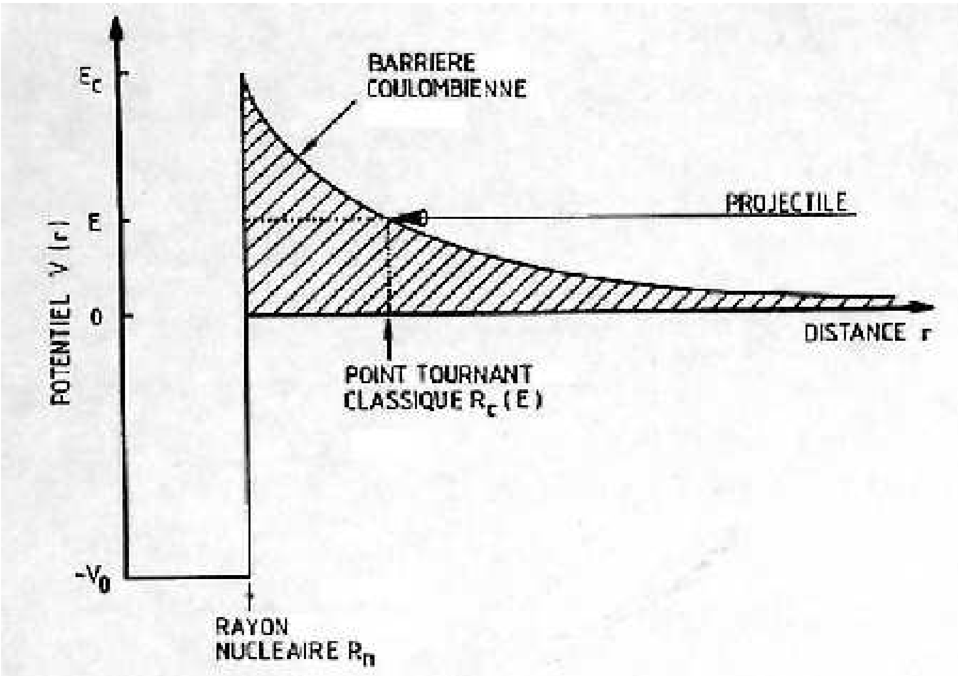


FIG. 2.3 – *Barrière coulombienne (adapté de Rolfs et Rodney 1988)*

Gamov qui comprit en 1928, que la nature quantique des atomes leur permettrait de franchir cette barrière énergétique par effet tunnel. Dès lors, même si le pourcentage d'atomes franchissant cette barrière est faible (queue de la distribution maxwélienne des atomes), leur grand nombre suffit à démarrer cette source d'énergie (c.f fig 2.4). Dans le Soleil, plus de 600 tonnes d'hydrogène sont ainsi consumées par seconde. Les réactions nucléaires jouent donc un rôle déterminant dans notre compréhension de l'énergétique des étoiles ainsi que pour la nucléosynthèse des éléments chimiques.

Dans les conditions solaires, ce sont les chaînes PPI, PPII, PPIII qui fournissent 98.5% de l'énergie nucléaire, le reste venant du cycle CNO, qui devient dominant pour des masses supérieures à 1.5 $M_\odot$. Pour connaître les sections efficaces de ces réactions permettant de cal-

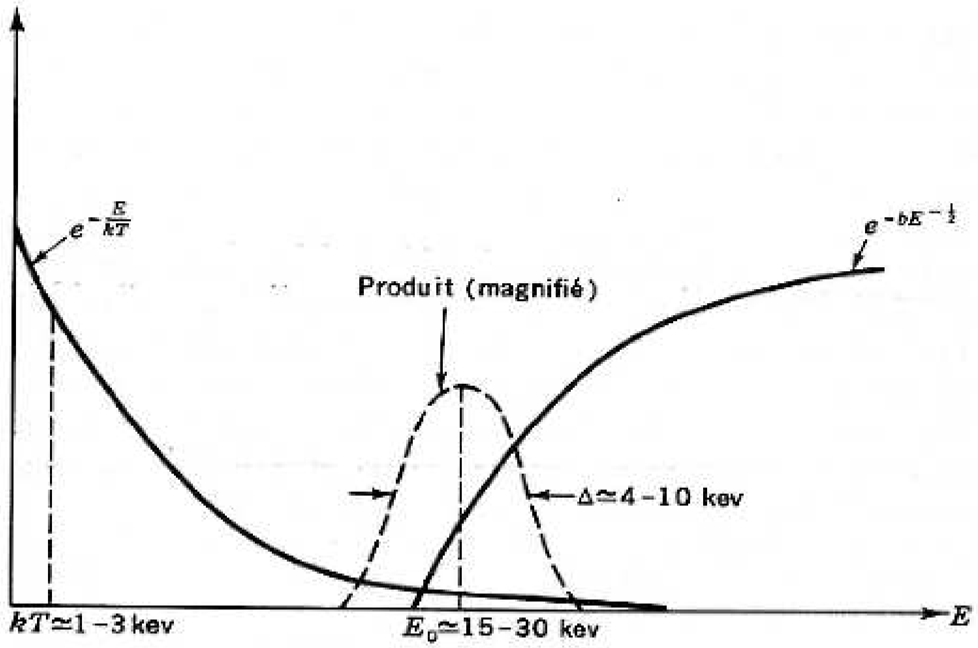


FIG. 2.4 – *Pic de Gamov (adapté de Rolfs et Rodney 1988)*

culer le taux de réaction nucléaire, de nombreuses expériences de laboratoire sont réalisées. Seulement, rares sont celles qui atteignent les basses énergies solaires qui sont toutes comprises entre 15-30 keV ($\sim$ 5 keV pour p+p), appelées aussi énergie de Gamov. En effet les sections efficaces décroissent très rapidement aux énergies inférieures à la barrière de Coulomb (E_c), imposant une énergie minimale à laquelle l'expérience reste réalisable (E_M) (c.f fig 2.5). En introduisant le facteur astrophysique S(E), fonction lentement variable de l'énergie, s'il n'y a pas de résonance dans la réaction considérée, la section efficace $\sigma(E)$ s'écrit:

$$\sigma(E) = \frac{1}{E}\exp(-2\pi\eta)S(E) \tag{2.11}$$

où $\eta = Z_iZ_je^2/\hbar v$ est le paramètre de Sommerfeld, Z_i, Z_j les charges des noyaux fusionnant, e la charge électrique, $\hbar$ la constante de Planck et v la vitesse relative des particules.
Calculons la valeur moyenne de la section efficace sur toutes les énergies:

$$< \sigma v >= \left(\frac{8}{\pi\mu}\right)^{1/2} \frac{1}{(kT)^{3/2}} \int_0^\infty \sigma(E)E\exp\left(-\frac{E}{kT}\right)dE$$

où μ est la masse réduite des particules, puis on introduit l'expression de $\sigma(E)$:

$$< \sigma v >= \left(\frac{8}{\pi\mu}\right)^{1/2} \frac{1}{(kT)^{3/2}} S(E_0) \int_0^\infty \exp\left(-\frac{E}{kT} - \frac{b}{E^{1/2}}\right)dE \tag{2.12}$$

où S(E) a été remplacé par sa valeur au pic de Gamov S(E_0), $b = (2\mu)^{1/2}\pi Z_iZ_je^2/\hbar$ et $E_0 = (bkT/2)^{2/3}$ est l'énergie effective moyenne à la température T. En fait, il est préférable

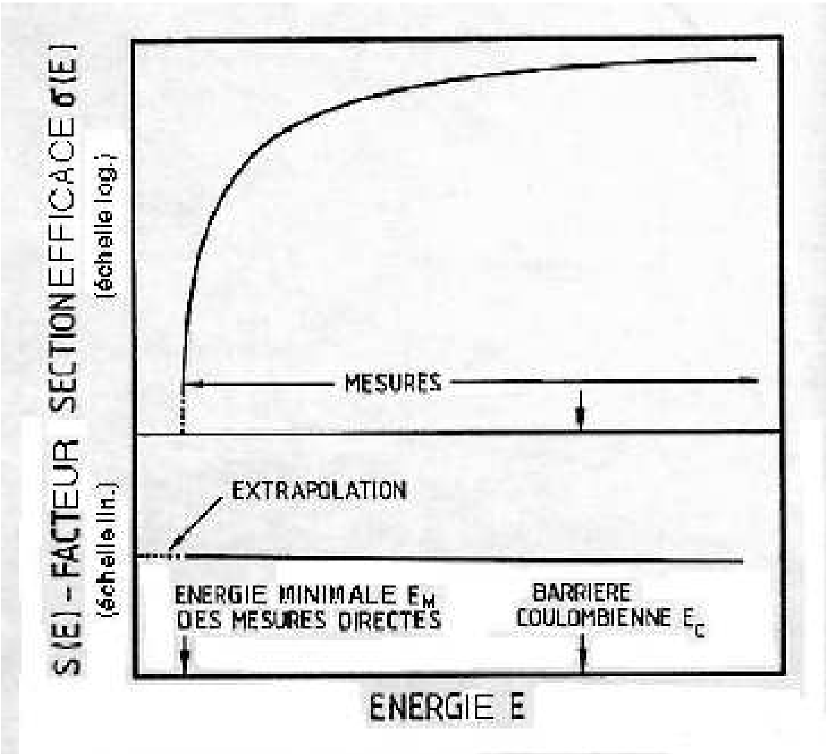


FIG. 2.5 – *Section efficace et Facteur astrophysique correspondant (shématisé) (adapté de Rolfs et Rodney 1988)*

d'utiliser pour S(E) un développement au deuxième ordre autour de 0 (Bahcall 1989):

$$S(E) \simeq S(0) + S'(0)E + \frac{1}{2}S''(0)E^2$$

Remarquons également que la dépendance en énergie en forme de cloche de l'opérant contenue dans l'intégrale (2.12), est maximale aux énergies du pic de Gamov (voir fig 2.4).
À partir de l'expression (2.12) et des résultats des expériences de physique nucléaire, il est possible de calculer les taux de réactions r_{ij} par unité de temps et de volume entre deux types de particules, intervenant dans la production d'énergie du cœur nucléaire des étoiles.

$$r_{ij} = \frac{1}{1+\delta_{ij}} N_i N_j < \sigma v > \qquad (2.13)$$

où N_i et N_j sont les nombres de particules par volume unité et δ_{ij} le symbole de Kronecker vaut 0 si $i \neq j$ et 1 si $i = j$ pour ne pas compter les particules identiques deux fois. De l'expression de r_{ij} et en définissant Q comme l'énergie produite par réaction (voir table 2.4 et 2.6), on déduit le taux d'énergie produite par unité de masse et de temps $\epsilon_{ij} = r_{ij}Q/\rho$.
Nous allons maintenant préciser quelles réactions nucléaires jouent un rôle dominant dans l'évolution des étoiles sur la séquence principale.

Chaînes PP

Les Chaînes PP sont les principales réactions pour les étoiles de type solaire. Elles se séparent en 3 branches afin de former un atome d'hélium à partir de quatre protons. Le rapport de branchement entre les trois chaînes est, PPI=86% et PPII=13.98% et PPIII=0.02%.

Tab. 2.3 – *Chaînes PP*

	p(p,e^+ ν)D p(p e^-, ν)D		
	D(p,γ)^3He		
^3He(^3He,2p) ^4He		$^3He(\alpha,\gamma)^7Be$	
	^7Be(e$^-$,ν)^7Li		^7Be(p,γ)^8B
	^7Li(p,α)^4He		^8B(e$^+$ ν)$^8Be^*$
			$^8Be^*(\alpha)^4He$
Chaîne PPI	Chaîne PPII		Chaîne PPIII
Q$_{eff}$ =26.20 Mev	Q$_{eff}$ =25.66 Mev		Q$_{eff}$ =19.17 Mev
E$_\nu$ = 2.0%	E$_\nu$ = 4.0%		E$_\nu$ = 28.3%
	4p $\rightarrow$ $^4He + 2p + 2\nu + Q_{eff}$		

Parmi les espèces chimiques jouant un rôle clé dans la production d'énergie des chaînes PP, l'hélium 3 est capital. Intervenant directement dans les réactions différenciant les branchements PPI et PPII-PPIII, l'équilibre entre ces taux de création et de destruction agit sur $\sim$ 80% de la production énergétique et sur le flux de neutrinos venant du ^7Be et du ^8B. Bien sûr, comme l'hydrogène intervient dans un grand nombre de réactions des chaînes PP aussi bien (voir paragraphe suivant) que dans celles des cycles CNO, son évolution est déterminante et régule l'équilibre thermique des étoiles ansi que le flux de neutrinos "primaires". Un autre élément joue un rôle décisif, mais uniquement pour le flux de neutrinos, c'est le ^7Be. Selon le rapport de branchement entre la capture électronique et l'interaction avec un proton, le flux de neutrinos venant du ^8B, les plus énergétiques et les plus aisés à détecter des neutrinos solaires, varie significativement. D'un point de vue plus général, l'évolution du cœur nucléaire d'une étoile dépend de l'abondance des espèces chimiques impliquées dans les réactions, du temps de vie des réactions, des conditions thermodynamiques régnant au centre de l'étoile, du type d'interaction (faible ou forte) entre particules. Il est à noter que, dans les modèles avec diffusion microscopique, l'évolution des espèces chimiques dépend des réactions nucléaires et de la diffusion de celles-ci. Le rôle des principales réactions nucléaires des chaînes PP dans l'énergétique du Soleil ainsi que dans le flux de neutrinos solaires et les contraintes qu'impose l'héliosismologie sur les facteurs S(E), sont étudiés chapitre 5.

Le tableau 2.4 donne pour les différentes réactions des chaînes PP, l'énergie disponible pour chaque réaction Q dont on a déduit celle perdue par la production de neutrinos $< Q_\nu >$ (moyenne) et la contribution de chaque réaction pour la luminosité solaire. On pourra trouver, dans Clayton 1968, les équations d'équilibre pour chaque espèce.

TAB. 2.4 – *Caractéristiques des Réactions Nucléaires des Chaînes PP (Bahcall et Pinsonneault 1995)*

Réaction Nucléaire	Q(Mev)	$< Q_\nu >$(Mev)	%
p(p,e^+ ν)D	1.172	0.270	8.26
p(p e^-, ν)D	0.001	1.442	~ 0
D(p,γ)^3He	5.494	-	38.29
^3He(^3He,2p) ^4He	12.860	-	42.84
$^3He(\alpha,\gamma)^7Be$	1.586	-	0.77
^7Be(e$^-$,ν)^7Li	0.051	0.862	0.02
^7Li(p,α)^4He	17.348	-	8.07
^7Be(p,γ)^8B	0.137	-	~ 0
^8B(e$^+$ ν)$^8Be^*$	11.261(+0.076)	7.2	~ 0

Cycles CNO

Ce réseau de réactions nucléaires participe aussi à la production d'énergie des étoiles de la séquence principale ($\sim$1.5% dans le cas solaire). Il devient même dominant pour les étoiles ayant une masse supérieure à 1.5 $M_\odot$. Ici les trois espèces chimiques, carbone, azote et oxygène, jouent le rôle de catalyseur pour la transformation de l'hydrogène en hélium. Ce réseau se décompose en deux cycles dont le rapport de branchement est déterminé par les deux réactions faisant intervenir l'azote ^{15}N (voir tableau 2.5). Actuellement, ces réactions sont connues avec une incertitude de 15%. Comme leur contribution à la luminosité solaire est faible, l'influence de ses incertitudes sur l'énergétique du cœur nucléaire solaire et sur le flux de neutrinos reste faible, comparé à l'impact des incertitudes liées aux chaînes PP.

TAB. 2.5 – *Cycles CNO*

$$
\begin{array}{ccccc}
^{13}C & \xrightarrow{(p,\gamma)} & ^{14}N & \xleftarrow{(p,\alpha)} & ^{17}O \\
(e^+\ \nu)\uparrow & & \downarrow(\mathrm{p},\gamma) & & \uparrow(e^+\ \nu) \\
^{13}N & & ^{15}O & & ^{17}F \\
(\mathrm{p},\gamma)\uparrow & & \downarrow(e^+\ \nu) & & \uparrow(\mathrm{p},\gamma) \\
^{12}C & \xleftarrow{(p,\alpha)} & ^{15}N & \xrightarrow{(p,\gamma)} & ^{16}O
\end{array}
$$

$$4\mathrm{p} \rightarrow {}^4He + 2p + 2\nu + 26.73 Mev$$

Le tableau 2.6 donne pour les différentes réactions des cycles CNO, l'énergie disponible pour chaque réaction Q dont on a déduit celle perdue par la production de neutrinos $< Q_\nu >$ (valeur moyenne) et la contribution de chaque réaction pour la luminosité solaire. On pourra

TAB. 2.6 – *Caractéristiques des Réactions Nucléaires des Cycles CNO (Bahcall et Pinsonneault 1995)*

Réaction Nucléaire	Q(Mev)	$< Q_\nu >$(Mev)	%
$^{12}C(\mathrm{p},\gamma)^{13}N$	1.944	-	
$^{13}N(e^+\ \nu)^{13}C$	1.515	0.706	0.26
$^{13}C(\mathrm{p},\gamma)^{14}N$	7.551	-	0.56
$^{14}N(\mathrm{p},\gamma)^{15}O$	7.293	-	
$^{15}O(e^+\ \nu)^{15}N$	1.757	0.996	0.60
$^{15}N(\mathrm{p},\alpha)^{12}C$	4.965	-	0.33
$^{15}N(\mathrm{p},\gamma)^{16}O$	12.128	-	
$^{16}O(\mathrm{p},\gamma)^{17}F$	0.603	-	
$^{17}F(\mathrm{e}^+\ \nu)^{17}O$	1.761	0.999	
$^{17}O(\mathrm{p},\alpha)^{14}N$	1.191	-	

trouver dans Clayton 1968, les équations d'équilibre pour chaque espèce dans le cas de modèles non-diffusifs.

Écrantage Électronique

La présence de particules chargées dans le plasma stellaire fait intervenir l'interaction coulombienne. Celle-ci modifie les sections efficaces d'interaction entre particules chargées et son effet sur les taux de réactions nucléaires doit être évalué avec précision. Dans la section concernant l'équation d'état, nous avons vu que la pression était modifiée de 1.5 à 2% par les effets d'écrantage électronique ou coulombiens. Pour les réactions nucléaires, ces effets sont beaucoup plus importants, et sont liés à l'écrantage électronique de la charge du noyau. En effet, quand un ion est entouré d'électrons, sa charge effective est réduite par rapport à sa charge initiale. Il s'ensuit que les interactions entre particules chargées sont favorisées. On appelle f le facteur d'écran, augmentant les taux des réactions nucléaires et on écrit :

$$< \sigma v >_{ecran} = f < \sigma v > \tag{2.14}$$

où $f = exp(E_D/kT)$, E_D est l'énergie coulombienne entre les particules interagissant, et kT est l'énergie thermique du milieu. Dans les étoiles de type solaire, on considére généralement que le couplage coulombien $\Lambda = E_D/kT << 1$ est faible et on applique la théorie de Debye. Dzitko et al. (1995) ont montré que Λ pouvait prendre des valeurs proches de 1 au centre du Soleil, et que l'écrantage "intermédiaire" semble mieux adapté. Les effets d'écrantage se manifestent à deux occasions :

- dans les plasmas par la présence d'électrons libres et liés,
- dans les expériences de laboratoire, quand on dirige un jet de particules chargées sur une cible.

Il est important de bien comprendre ses effets si l'on veut décrire précisément le cœur nucléaire des étoiles et, ainsi bien interpréter les expériences de laboratoire. Pour ces dernières, les effets coulombiens liés à l'expérience, l'extrapolation aux basses énergies et la mesure de la section efficace représentent les plus grandes sources d'incertitudes. Dans le chapitre 5, le rôle de l'écrantage coulombien sur la structure solaire et sur la prédiction de flux de neutrinos sera évalué.

Chapitre 3

Théorie des Oscillations Stellaires

Sommaire

3.1	**Introduction**	**33**
3.2	**Équations de Base**	**34**
3.3	**Équations des Oscillations**	**35**
3.4	**Modes Propres**	**40**
3.5	**Diagnostic Sismique et Inversion**	**43**
3.6	**L'expérience Spatiale GOLF**	**52**
3.7	**Code Numérique**	**54**

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons montré que les étoiles peuvent être considérées comme une masse de gaz compressible auto-gravitante en quasi équilibre hydrostatique. L'existence de différents mécanismes tels que l'excitation par les mouvements turbulents, le kappa-mécanisme, peuvent faire osciller l'étoile autour de son état d'équilibre (Ledoux et Walraven 1958). Ces oscillations stellaires ont déjà été observées pour un grand nombre d'étoiles particuliéres de la Séquence Principale autres que le Soleil (par ex: δ Scuti, β Céphéïde) ainsi que pour des stades d'évolution plus avancés, comme les naines blanches (par ex: PG 1159-035) (Dziembowski 1997). La théorie des oscillations stellaires permet donc d'interpréter les oscillations observées et d'en déduire de nouvelles informations et contraintes sur la structure interne des étoiles. Une des difficultés de ces observations est de pouvoir identifier les fréquences observées aux modes propres d'oscillation de l'étoile considérée, afin de pouvoir sonder sa structure interne. Pour ce faire, les modes, comme nous le verrons plus loin, sont caractérisés par trois nombres quantiques: l le degré, n l'ordre radial et m l'ordre azimuthal. Pour le Soleil, une fois encore sa proximité facilite l'observation des oscillations dites de "5 minutes", et sa sphéricité quasi-parfaite facilite leur identification. Les premiers mouvements de la surface solaire (de l'ordre de 1 m/s) ont été observés en 1960 par Leighton et al. (1962) (super granulation et "5 minutes"), mais les oscillations de "5 minutes" n'ont été identifiées comme modes propres du Soleil que 10 ans plus tard par Ulrich (1970), suivi de Stein & Leibacher (1974) et Deubner (1976). Une fois acquise l'idée de pouvoir sonder précisément la partie interne de l'étoile, uniquement en observant sa surface, différent groupes se sont lancés dans l'observation d'un spectre plus précis ainsi que dans des prédictions théoriques. C'est réellement à partir du début des années 80 que l'héliosismologie a pris son essort et de nombreuses campagnes d'observations ont vu le jour, jusqu'à atteindre la situation actuelle avec de nombreux réseau sol IRIS (Grec et al. 1991, Gelly et al. 1997), GONG (Hill et al. 1994, 1996), BISON (Elsworth et al. 1994, Chaplin et al. 1996a, b), LOWL (Tomczyk et al. 1995), et trois expériences spatiales GOLF (Gabriel et al. 1995, 1997), MDI (Scherrer et al. 1995, Kosovichev et al. 1997), VIRGO (Frölich et al. 1995, 1997), à bord du satellite SOHO (Domingo et al. 1995), lancé en 1995. Les oscillations stellaires sont donc interprétées comme étant la superposition d'ondes se propageant dans l'intérieur de l'étoile conduisant à la formation par interférence d'ondes stationnaires, lesquelles sont identifiables par le mouvement cohérent de la surface: ce sont les modes propres de vibration. En déterminant la relation de dispersion $\omega_{l,n} = \omega_{l,n}(\vec{k}, \vec{r})$ des modes propres dans un milieu, on peut préciser les propriétés de celui-ci. Le cas l=0 correspond aux oscillations radiales dont l'origine est dû au gradient de pression de l'étoile (Modes de Pression). Pour les autres cas (l quelconque), les oscillations sont dites non-radiales et des modes propres dus à la gravité (Modes de Gravité) s'ajoutent aux modes de pression (voir section 3.4).

3.2 Équations de Base

Pour caratériser les oscillations présentes dans les intérieurs stellaires et ainsi en déduire la relation de dispersion des ondes $\omega_{l,n}(k)$, nous allons linéariser les équations hydrodynamiques ainsi que l'équation de Poisson et du flux d'énergie dans le cas des étoiles de type solaire. Nous avons vu au chapitre 2, que les équations hydrodynamiques traduisent la conservation de la masse M, de l'impulsion $\vec{p}$ et de l'énergie E. En négligeant le champ magnétique, la viscosité, la rotation et la convection, le système d'équation devient:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}.(\rho \vec{v}) = 0 \tag{3.1}$$

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}.\vec{\nabla} \right) \vec{v} = -\vec{\nabla} P - \rho \vec{\nabla} \Phi \tag{3.2}$$

$$\rho T \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}.\vec{\nabla} \right) S = \rho \epsilon_N - \vec{\nabla}.\vec{F}_R \tag{3.3}$$

$$\vec{F}_R = -K \vec{\nabla} T \tag{3.4}$$

$$\vec{\nabla}^2 \Phi = 4\pi G \rho \tag{3.5}$$

où de nouveau, ρ est la densité, P la pression, T la température, $\vec{v}$ le vecteur vitesse sans mouvements turbulents, S l'entropie spécifique, ϵ_N le taux de réactions nucléaires, Φ le potentiel gravitationel, $\vec{F}$ le flux d'énergie radiatif et $K = \frac{4ac}{3\kappa\rho} T^3$ la conductivité radiative.

L'état d'équilibre au repos de l'étoile se déduit directement à partir des équations de structure:

$$\frac{dP_0}{dr} = -\rho_0 g_0 \tag{3.6}$$

$$\frac{dM_{r,0}}{dr} = 4\pi r_0^2 \rho_0 \tag{3.7}$$

$$\frac{dL_{r,0}}{dr} = 4\pi r_0^2 \rho_0 \epsilon_{N,0} \tag{3.8}$$

$$\frac{dT_0}{dr} = -\frac{3\kappa_0\rho_0}{4acT_0^3}\frac{L_{r,0}}{4\pi r_0^2} \tag{3.9}$$

où $g_0 = GM_{r,0}/r_0^2$ and $L_{r,0} = 4\pi r_0^2 F_0$ sont respectivement, l'accélération gravitationnelle et la luminosité radiative et $M_{r,0}$ la masse contenue dans la sphère de rayon r_0. Si la convection est présente, il faut inclure le flux d'énergie convective dans F, alors $F = F_R + F_C$. Cependant, et afin de simplifier le calcul, nous allons négliger la convection, ce qui modifiera peu nos conclusions sur les propriétés des modes de vibration des étoiles. On pourra voir au chapitre 8, que l'introduction d'effets turbulents liés à la convection modifie la prédiction en valeur absolue des modes acoustiques pour les fréquences supérieures à 2.2 mHz.

3.3 Équations des Oscillations

3.3.1 Expressions Générales

À partir de ces équations de base, nous pouvons perturber l'état d'équilibre de l'étoile avec de "petites" perturbations, en ne conservant que les termes du 1er ordre (théorie linéaire). On peut exprimer ces perturbations sous deux formes: eulérienne à une position donnée ou lagrangienne en suivant l'élément fluide pertubé. On peut alors définir n'importe quelle quantité physique f par (voir Unno et al. (1989) et Cox (1980)):

$$f(\vec{r},t) = f_0(\vec{r}) + f'(\vec{r},t) \tag{3.10}$$

$$\text{ou } f(\vec{r},t) = f_0(\vec{r_0}) + \delta f(\vec{r_0},t). \tag{3.11}$$

où la perturbation lagrangienne est reliée à la perturbation eulérienne par:

$$\delta f(\vec{r},t) = f'(\vec{r},t) + \vec{\xi}.\vec{\nabla} f_0(\vec{r}) \tag{3.12}$$

au premier ordre du déplacement $\vec{\xi}$,

$$\vec{\xi} \equiv \vec{r} - \vec{r_0} \tag{3.13}$$

avec $\vec{r}$ la variable de position lagrangienne d'un élément de fluide donné qui est à $\vec{r} = \vec{r_0}$ à l'état d'équilibre. Les variations temporelles correspondantes s'écrivent $d\delta f(\vec{r},t)/dt$ et $\partial f'(\vec{r},t)/\partial t$, où:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}.\vec{\nabla} \tag{3.14}$$

et $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$. Dans le cas général, quand l'état non-perturbé posséde un courant stationnaire non nul $\vec{v} \neq 0$, comme par exemple une étoile en rotation, on relie entre elles les perturbations eulériennes et lagrangiennes du vecteur vitesse par:

$$\begin{aligned} \vec{v}' &= \delta v - (\vec{\xi}.\vec{\nabla})\vec{v}_0, \\ &= \frac{\partial \vec{\xi}}{\partial t} + (\vec{v}_0.\vec{\nabla})\vec{\xi} - (\vec{\xi}.\vec{\nabla})\vec{v}_0 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Dans notre cas simplifié ($\vec{v}_0 = 0$), on a:

$$\vec{v}' = \delta\vec{v} = \frac{\partial \vec{\xi}}{\partial t} = \frac{d\vec{\xi}}{dt}. \tag{3.16}$$

Dans ce manuscrit, nous adopterons $\vec{v}$ pour la perturbation du vecteur vitesse sauf si cela prête à confusion.
Partant de ces définitions, le système des équations linéarisées devient sous forme eulérienne en tenant compte de l'état d'équilibre:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \vec{\nabla}.(\rho_0\vec{v}) = 0, \tag{3.17}$$

$$\rho_0\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{\nabla}P' + \rho_0\vec{\nabla}\Phi' + \rho'\vec{\nabla}\Phi_0 = 0, \tag{3.18}$$

$$\rho_0 T_0\frac{\partial}{\partial t}(S' + \vec{\xi}.\vec{\nabla}S_0) = (\rho\epsilon_N)' - \vec{\nabla}.\vec{F}', \tag{3.19}$$

$$\vec{\nabla}^2\Phi' = 4\pi G\rho', \tag{3.20}$$

$$\text{and} \quad \vec{F}' = -K_0\vec{\nabla}T' - K'\vec{\nabla}T_0 \tag{3.21}$$

Ces équations sont linéaires, homogènes, aux dérivées partielles par rapport au temps t et à la coordonnée spatiale $\vec{r}$ pour les variables perturbées notées prime et pour $\vec{v}$. Les coefficients ne contiennent que des quantités à l'équilibre (indice 0), ne dépendant que de la coordonnée radiale r. On peut alors supposer une dépendance temporelle pour toutes les variables physiques de la forme $\exp(i\omega t)$ (transformation de Fourier en t). En omettant l'indice 0, sauf en cas de confusion, et remplaçant $\vec{v}$ par $\vec{v} = i\omega\vec{\xi}$, puis en séparant l'équation d'Euler en ses composantes radiales et horizontales, où $\vec{\xi} = (\xi_r, \xi_\theta, \xi_\varphi)$ est le déplacement et $\vec{\xi}_\perp = (0, \xi_\theta, \xi_\varphi)$ sa composante horizontale, le système d'équations devient:

$$\rho' + \vec{\nabla}.(\rho\vec{\xi}) = 0 \text{ ou } \delta\rho/\rho + \vec{\nabla}.\vec{\xi} = 0, \tag{3.22}$$

$$-\omega^2\xi_r + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P'}{\partial r} + \frac{\partial \Phi'}{\partial r} + \frac{\rho'}{\rho}\frac{d\Phi}{dr} = 0, \tag{3.23}$$

$$-\omega^2\xi_\perp + \vec{\nabla}_\perp\left(\frac{P'}{\rho} + \Phi'\right) = 0, \tag{3.24}$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial \Phi'}{\partial r}\right) + \vec{\nabla}_\perp^2\Phi' = 4\pi G\rho'. \tag{3.25}$$

où $\vec{\nabla}_\perp = \frac{1}{r}(0, \frac{\partial}{\partial\theta}, \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi})$ est la composante horizontale du gradient en coordonnées sphériques et $\vec{\nabla}^2_\perp = \frac{1}{r^2}\frac{1}{\sin^2\theta}[\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}) + \frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}]$. En prenant la divergence horizontale de (3.23) et en éliminant $\xi_\perp$ l'équation de continuité, on a:

$$\frac{\delta\rho}{\rho} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\xi_r) + \frac{1}{\omega^2}\vec{\nabla}^2_\perp\left(\frac{P'}{\rho} + \Phi'\right) = 0 \tag{3.26}$$

Exprimons maintenant la perturbation de densité ρ' en fonction de P', ξ_r, et δS. Après quelques manipulations thermodynamiques (voir Unno et al. (1989)), utilisant ρ et T comme couple de variables indépendantes pour exprimer les quantités thermodynamiques (à composition chimique fixée), on obtient:

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{1}{\Gamma_1}\frac{\delta P}{P} - \nabla_{ad}\frac{\rho T}{P}\delta S, \tag{3.27}$$

avec $\Gamma_1 = (\frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho})_S$ et $\nabla_{ad} = (\frac{\partial \ln T}{\partial \ln P})_S$, on trouve pour ρ':

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{1}{\Gamma_1}\frac{P'}{P} - A\xi_r - \nabla_{ad}\frac{\rho T}{P}\delta S, \tag{3.28}$$

où A est le critère de Schwarzchild (de Ledoux, si on tient compte du gradient de composition chimique) pour l'instabilité convective (i.e, $A > 0$) ou la stabilité (i.e, $A < 0$), et se trouve relié à la fréquence de Brunt-Väisälä N par:

$$A = -N^2/g = \frac{d\ln\rho}{dr} - \frac{1}{\Gamma_1}\frac{d\ln P}{dr} \tag{3.29}$$

En éliminant $\delta\rho$ et ρ', on obtient finallement les équations de base pour les oscillations linéaires, non-adiabatiques et non-radiales pour les six variables ($P', T', \delta S, \xi_r, \Phi'$, and F'_r):

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\rho g}{\Gamma_1 P}\right)P' - (\omega^2 - N^2)\xi_r + \frac{\partial\Phi'}{\partial r} &= g\nabla_{ad}\frac{\rho T}{P}\delta S,\\
\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\xi_r) + \frac{1}{\Gamma_1}\frac{d\ln P}{dr}\xi_r + \left(\frac{\rho}{\Gamma_1 P} + \frac{\vec{\nabla}^2_\perp}{\omega^2}\right)\frac{P'}{\rho} + \frac{1}{\omega^2}\vec{\nabla}^2_\perp\Phi' &= \nabla_{ad}\frac{\rho T}{P}\delta S,\\
\left(\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial}{\partial r}) + \vec{\nabla}^2_\perp\right)\Phi' - 4\pi G\rho\left(\frac{P'}{\Gamma_1 P} + \frac{N^2}{g}\xi_r\right) &= -4\pi G\nabla_{ad}\frac{\rho^2 T}{P}\delta S,\\
F'_r &= -K\frac{\partial T'}{\partial r} - K'\frac{\partial T}{\partial r},\\
i\omega\rho T\delta S &= \rho'\epsilon_N - \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2F'_r) + \vec{\nabla}^2_\perp(KT'),\\
\frac{\delta T}{T} &= \nabla_{ad}\frac{\delta P}{P} + \frac{\delta S}{c_P}.
\end{aligned}$$

où F'_r est la composante radiale de la perturbation eulérienne du flux radiatif $\vec{F}'_R$.
En analysant ces équations, on remarque qu'elles ne dépendent des variables angulaires (θ, φ)

que via l'opérateur $\vec{\nabla}^2_\perp$. Dans ce cas, on peut faire une séparation de variables. Nous devons alors trouver les fonctions propres $f(\theta,\varphi)$ satisfaisant l'équation suivante:

$$[r^2\nabla^2_\perp + \Lambda]f(\theta,\varphi) = 0 \tag{3.30}$$

où Λ est une constante. Des considérations mathématiques montrent que les harmoniques sphériques $Y_l^m(\theta,\varphi)$ sont solutions pour un $\Lambda = l(l+1) = L^2$, où l est le degré (mesure le nombre d'onde horizontal à la surface par $k_h \sim L/R_\odot$), m l'ordre azimuthal de l'harmonique sphérique (nombre de noeud le long de l'équateur) et aussi l'ordre radial n (nombre de noeud le long du rayon), voir par exemple, Cox (1980), Christensen-Dalsgaard et Berthomieu (1991). Les variables dépendantes peuvent maintenant s'écrire:

$$P'(t,r,\theta,\varphi) = P'(r)Y_l^m(\theta,\varphi)\exp(i\omega t) \tag{3.31}$$

$$\vec{\xi} = [\xi_r(r), \xi_h(r)\frac{\partial}{\partial\theta}, \xi_h(r)\frac{\partial}{\sin\theta\partial\varphi}]Y_l^m(\theta,\varphi)\exp(i\omega t) \tag{3.32}$$

où $\xi_h = 1/(\omega^2 r)[P'/\rho + \Phi']$ est le déplacement horizontal. Introduisant ces expressions, on obtient un système d'équations pour la partie radiale des variables (i.e, P'(r), T'(r),...):

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\rho}\left(\frac{d}{dr} + \frac{g}{c_s^2}\right)P' + (N^2-\omega^2)\xi_r + \frac{d\Phi'}{dr} &= g\nabla_{ad}\frac{\rho T}{P}\delta S,\\
\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(r^2\xi_r) + \frac{1}{\Gamma_1}\frac{d\ln P}{dr}\xi_r + \left(1-\frac{F_l^2}{\omega^2}\right)\frac{P'}{\rho c_s^2} - \frac{L^2}{\omega^2 r^2}\Phi' &= \nabla_{ad}\frac{\rho T}{P}\delta S,\\
\left(\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(r^2\frac{d}{dr}) - \frac{L^2}{r^2}\right)\Phi' - 4\pi G\rho\left(\frac{P'}{\rho c_s^2} + \frac{N^2}{g}\xi_r\right) &= -4\pi G\nabla_{ad}\frac{\rho^2 T}{P}\delta S,\\
F'_r &= -K\frac{dT'}{dr} - K'\frac{dT}{dr},\\
i\omega\rho T\delta S &= \rho'\epsilon_N - \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(r^2F'_r) - \frac{L^2}{r^2}(KT'),\\
\frac{\delta T}{T} &= \nabla_{ad}\frac{\delta P}{P} + \frac{\delta S}{c_P}.
\end{aligned}$$

avec $c_s^2 = \Gamma_1 P/\rho$ la vitesse du son du milieu et $F_l = L^2c_s^2/r^2$ la fréquence de Lamb.

3.3.2 Approximation Adiabatique

Si nous comparons le temps caractéristique thermodynamique avec la période des oscillations (par exemple les oscillations de 5 min pour les ondes acoustiques solaires), on voit que le premier est considérablement plus grand, et on peut alors négliger l'échange de chaleur durant une période sur pratiquement toute la structure (exception faite de la région trés externe dite superadiabatique). Faisant cela, on suppose alors que les oscillations sont adiabatiques, et seules les trois premières équations restent avec leur membre de droite égal à zéro (i.e. adiabatique $\equiv S$ =cte). On obtient alors un système d'ordre 4 pour les 4 variables P', ξ_r, Φ', and $d\Phi'/dr$:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\rho}\left(\frac{d}{dr}+\frac{g}{c_s^2}\right)P' + (N^2-\omega^2)\xi_r + \frac{d\Phi'}{dr} &= 0, \\
\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(r^2\xi_r) + \frac{1}{\Gamma_1}\frac{d\ln P}{dr}\xi_r + \left(1-\frac{F_l^2}{\omega^2}\right)\frac{P'}{\rho c_s^2} - \frac{L^2}{\omega^2 r^2}\Phi' &= 0, \\
\left(\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(r^2\frac{d}{dr}) - \frac{L^2}{r^2}\right)\Phi' - 4\pi G\rho\left(\frac{P'}{\rho c_s^2}+\frac{N^2}{g}\xi_r\right) &= 0.
\end{aligned} \tag{3.33}$$

Remarque: Si la composition chimique varie sur une zone spatiale, on doit exprimer les quantités thermodynamiques en fonction de $T, \rho, \vec{X}$ (i.e $P = P(\rho, T, \vec{X})$ et la fréquence de Brunt-Väisälä N exprimée en focntion des gradients ∇ est modifiée. Dans le cas des gaz parfaits $P = \rho\Re T/\mu$, on obtient: $N^2 = g/H_p(\nabla_{ad} - \nabla + \nabla_\mu)$ où $H_p^{-1} = -d\ln P/dr = \rho g/P$, $\nabla = d\ln T/d\ln P$, $\nabla_\mu = d\ln\mu/d\ln P$ et μ est le poids moléculaire moyen du gaz.

3.3.3 Conditions aux Limites

Pour résoudre ce système différentiel d'ordre 4, quatre conditions aux limites sont requises. La nécessité de sélectionner des solutions régulières en $r = 0$ et en $r = R_\odot$ pour les variables P', ξ_r, Φ', et $d\Phi'/dr$ donne les dépendances radiales suivantes. Dans le centre:

$$\Phi' \propto r^l, P' \propto r^l \text{ and } \xi_r \propto r^{l-1} \tag{3.34}$$

et à la surface, qui dépend du modèle d'atmosphère utilisé. Dans cette section, nous considèrons le cas le plus simple (cf. 2.2.3):

$$\Phi' \propto r^{-(l+1)}, \delta P = 0 \text{ and } \xi_r = P'/\rho g \tag{3.35}$$

Nous reviendrons chapitre 8, sur le traitement de l'atmosphère à partir d'atmosphère restituée et sur les conditions aux limites externes de nos modèles solaires.

3.3.4 L'approximation de Cowling

Cette approximation consiste à réduire l'ordre du système d'équations, en négligeant la perturbation eulérienne du potentiel gravitationnel Φ'. Elle a été appliquée pour la première fois par Cowling (1941) et porte son nom. Elle n'est valable que pour des n et/ou l élevés, ce qui se vérifie à partir de l'équation de Poisson (voir Cox (1980) et Unno et al. (1989)). Le système se ramène donc à l'ordre 2 pour les variables P', ξ_r et il n'y a plus que deux conditions aux limites (une pour le centre et une pour l'extérieur). Le système d'équations devient alors:

$$\frac{1}{\rho}\left(\frac{d}{dr}+\frac{g}{c_s^2}\right)P' + (N^2-\omega^2)\xi_r = 0, \tag{3.36}$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(r^2\xi_r) - \frac{g}{c_s^2}\xi_r + \left(1-\frac{F_l^2}{\omega^2}\right)\frac{P'}{\rho c_s^2} = 0. \tag{3.37}$$

3.4 Modes Propres

À partir du système d'équations d'ordre 2 (3.36), nous obtenons la relation de dispersion $\omega_{l,n} = \omega_{l,n}(\vec{k}, \vec{r})$ des ondes se propageant dans une étoile comme le Soleil.

3.4.1 Cavité Résonnante

Afin de simplifier dans un premier temps notre étude, nous faisons une nouvelle hypothèse. Commençons par arranger ce système d'équations différemment:

$$\frac{dP'}{dr} = \rho(\omega^2 - N^2)\xi_r - \frac{g}{c_s^2}P', \tag{3.38}$$

$$\frac{d\xi_r}{dr} = -\left(\frac{2}{r} - \frac{g}{c_s^2}\xi_r\right) + \left(\frac{F_l^2}{\omega^2} - 1\right)\frac{P'}{\rho c_s^2}. \tag{3.39}$$

En suivant Christensen-Dalsgaard (1997), nous ramenons ce système d'équations à une seule équation différentielle du second ordre (nous verrons en 3.5.1, comment résoudre proprement ce système). Pour des oscillations de haut ordre radial, les fonctions propres varient plus rapidement que les variables d'équilibre. Les termes contenant le produit de g et de la vitesse du son $c_s^2 = (\partial P/\partial \rho)_S$, sont alors négligeables devant le terme de gauche, puisqu'ils contiennent un produit des dérivées des variables d'équilibre (e.g. $g/c_s^2 = H_p^{-1}/\Gamma_1$). En les annulant tout simplement, on obtient:

$$\frac{dP'}{dr} = \rho(\omega^2 - N^2)\xi_r, \tag{3.40}$$

$$\frac{d\xi_r}{dr} = \left(\frac{F_l^2}{\omega^2} - 1\right)\frac{P'}{\rho c_s^2}. \tag{3.41}$$

En combinant ces deux équations, et en négligeant à nouveau les dérivées des variables d'équilibre, nous obtenons l'équation la plus simple, mais aussi la plus approximative, pour décrire les oscillations non-radiales adiabatiques:

$$\frac{d^2\xi_r}{dr} = \frac{\omega^2}{c_s^2}\left(1 - \frac{N^2}{\omega^2}\right)\left(\frac{F_l^2}{\omega^2} - 1\right)\xi_r \tag{3.42}$$

Pour connaître le comportement de cette équation d'onde, il faut étudier le signe de son terme de droite:

- s'il est négatif, alors la solution est oscillatoire et l'onde est oscillante, cela se produit:
  - pour $|\omega| < |N|$ et $|\omega| < |F_l|$,
  - ou pour $|\omega| > |N|$ et $|\omega| > |F_l|$.
- s'il est positif, alors la solution est exponentielle et l'onde est évanescente, cela se produit:
  - pour $|\omega| < |N|$ et $|\omega| > |F_l|$,
  - ou pour $|\omega| < |F_l|$ et $|\omega| > |N|$.

À la vue de ces inégalités, on se rend facilement compte de l'impossibilité des ondes à se propager hors de la cavité délimitée par les fréquences de Lamb F_l et de Brunt-Väisälä N. On dit que les ondes sont **piégées**. L'existence d'une cavité résonnante implique une quantification du spectre des modes propres d'oscillations (spectre discret).

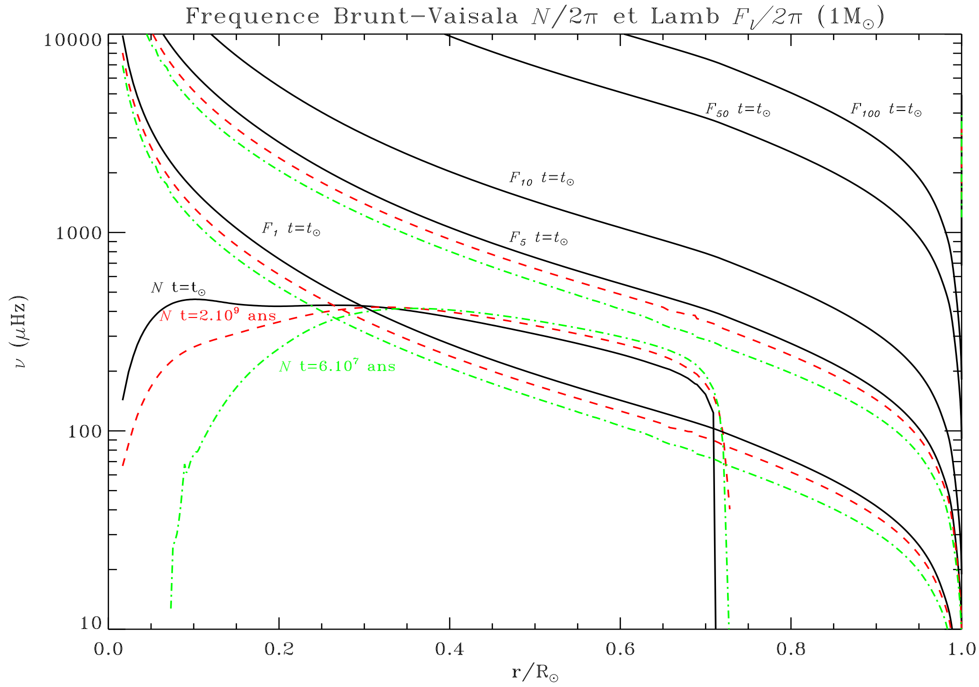


FIG. 3.1 – *Fréquences de Lamb F_l (l=1,5,10,50,100) et de Brunt-Väisälä N en fonction du rayon pour un modèle solaire à trois ages différents: 60 millions d'années (- . -), 2 milliards d'années (- - -) et l'âge actuel (ligne continue).*

Figure 3.1, on trace à partir du modèle de référence, les deux fréquences en fonction du rayon solaire pour différents âges. Cette figure permet de connaître les propriétés de propagation des ondes et ainsi de délimiter les zones de piégeage de celles-ci. On peut remarquer que la fréquence de Lamb varie peu en fonction de l'âge et qu'elle décroît monotonement en s'approchant de la surface (augmentation de r et diminution de la vitesse du son). Par contre, la fréquence de Brunt-Väisälä varie fortement en fonction de l'âge dans la partie nucléaire. L'existence d'un cœur convectif dans les premières phases de la vie du Soleil, explique la décroissance rapide à 60 millions d'années. Ensuite, l'enrichissement en hélium du cœur stabilise la région et la fréquence de Brunt-Väisälä devient même maximale dans cette région (le gradient de composition chimique contribue positivement).
Nous allons maintenant nous intéresser aux deux domaines de fréquences où les ondes ont un comportement **oscillant**, c'est à dire celui de hautes fréquences ($\omega > N, F_l$) et celui de basses fréquences ($\omega < N, F_l$). Il est à noter que cette première analyse est simpliste, mais qu'elle permet de bien comprendre la nature physique des deux types d'ondes parcourant une étoile de type solaire.

3.4.2 Modes de Pression

Les ondes de hautes fréquences (i.e $\omega > N, F_l$) piégées dans une étoile sont généralement appelées, les **modes de pression** ou modes p. La force de rappel de ces ondes est le gradient de pression (la compressibilité). Elles se propagent depuis la surface vers le centre, à l'intérieur d'une coquille sphérique, dont la profondeur dépend du degré l du mode considéré. Parmi toutes les ondes excitées, seules les ondes retombant sur elles-même (en phase) après un tour complet du Soleil créent des ondes stationnaires (modes de vibration) caractéristiques de la coquille dans laquelle elles se propagent, et nous renseignent ainsi sur les propriétés de l'intérieur solaire. Actuellement, dans le Soleil, nous observons plus de 3000 de ces modes (20000 en considérant les multiplets m). Les modes l=0 sont des modes purement radiaux, ils correspondent à la déformation la plus simple de la sphère (gonflement) et ils sont les seuls à atteindre le centre du Soleil. Toutes les autres modes tendent à dévier le Soleil de sa forme sphérique. Plus leur degré est élevé, moins ils pénétrent profondément dans l'étoile. En supposant que $\omega >> N$, on obtient un membre de droite encore plus simple pour 3.42:

$$\frac{d^2\xi_r}{dr} \simeq \frac{1}{c_s^2}\left(F_l^2 - \omega^2\right)\xi_r,$$

$$\text{ou } -k_r^2 = \frac{1}{c_s^2}\left(F_l^2 - \omega^2\right).$$

À partir de cette simple relation, et en posant $\omega = F_l(r_t)$ on obtient une expression permettant de déterminer les points tournants internes (l'endroit où l'onde est réfléchie):

$$\frac{c_s^2(r_t)}{r_t^2} = \frac{\omega^2}{l(l+1)}. \tag{3.43}$$

La raison physique de cette réflexion interne est reliée à l'augmentation de la vitesse du son vers le centre du Soleil. Au fur et à mesure que l'onde s'enfonce, elle s'infléchit (car le vecteur d'onde vertical k_r diminue si c_s augmente), jusqu'à se réfléchir. Nous verrons section (3.5.1), la raison du piégeage externe des ondes acoustiques, celle-ci n'étant pas incluse dans cette relation de dispersion simpliste. Il existe également (voir fig 3.6) des modes appelés modes f, qui sont des modes sans nœud radial ($n = 0$). Un exemple de fonctions propres calculées à partir d'un modèle solaire est donné figure 3.3, pour un mode acoustique (p), un mode intermédiaire (f) (i.e sans nœuds radiaux $n = 0$) et un mode de gravité (g) (voir section suivante).

3.4.3 Modes de Gravité

Les modes de basses fréquences (i.e $\omega < NetF_l$) piégées dans une étoile, sont généralement appelés, les **modes de gravité** ou modes g. Leur force de rappel est la poussée d'Archimède. Ils sont principalement confinés dans la zone centrale du Soleil (zone radiative) et la traversée de la zone convective (instable) atténue leur amplitude, les rendant plus difficilement observables que les modes acoustiques (des modes g surfaciques, semblables aux vagues, existent

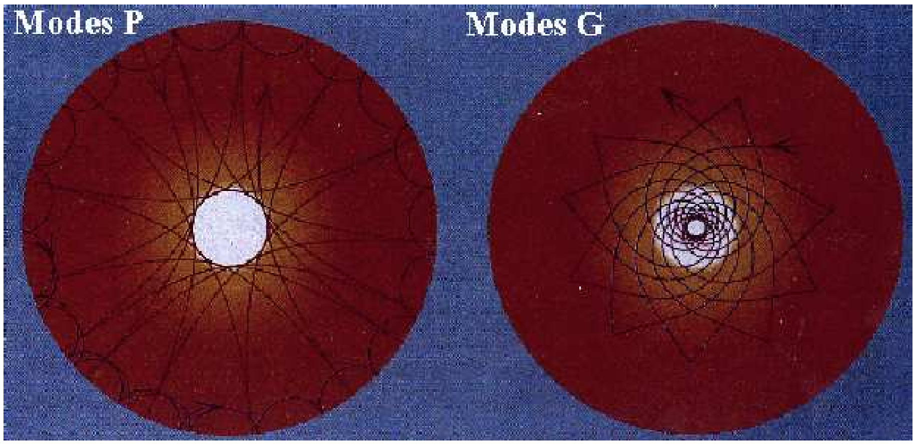


FIG. 3.2 – *Représentation schématique des modes P et G.*

également). À ce jour, les modes de gravité sont fortement recherchés dans les données des expériences héliosismiques à cause de leur grande sensibilité au cœur de l'étoile. Comme pour les modes de pression, nous allons simplifier le membre de droite 3.42 en supposant $\omega << F_l$:

$$\frac{d^2\xi_r}{dr} \simeq \frac{l(l+1)}{\omega^2 r^2}\left(N^2-\omega^2\right)\xi_r,$$
$$\text{ou } -k_r^2 = \frac{l(l+1)}{\omega^2 r^2}\left(N^2-\omega^2\right).$$

Leurs points tournants se situent là où $\omega = N$. On remarque également que contrairement aux modes p, leurs fréquences diminuent quand l augmente et qu'ils n'existent pas de modes g de degré l=0.

3.5 Diagnostic Sismique et Inversion

Afin d'étudier plus correctement les oscillations solaires, il est préférable de résoudre les équations (3.36) en l'état. Bien sûr la résolution numérique du système d'ordre 4 (3.33) pour une structure d'étoile donnée est possible et quand nous parlerons de prédictions de fréquences dans les parties II et III, nous les aurons calculées avec une grande précision à partir du code numérique de Christensen-Dalsgaard (1982) (voir section 3.7). Les methodes inverses permettent de déduire, à partir des fréquences des ondes se propageant à différentes profondeurs dans l'étoile, la structure radiale de celle-ci et de la comparer alors avec la structure calculée du modèle. La conjugaison des méthodes analytiques et numériques permet une compréhension fine des oscillations stellaires et de la structure des étoiles.

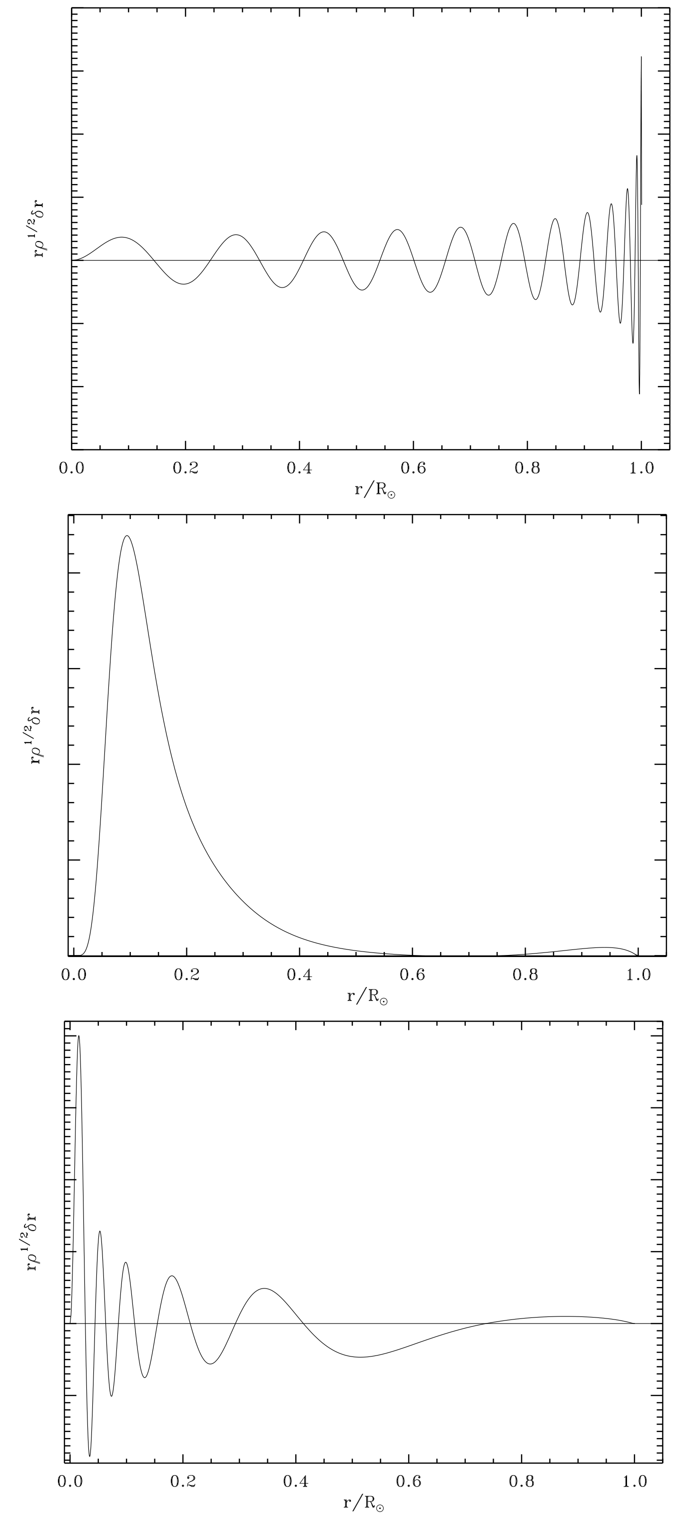


FIG. 3.3 – *Fonctions propres pour un mode p (l=0, n=23), f (l=5, n=0) et g (l=2, n=10), obtenus à partir du modèle solaire de référence (voir chapitre 4)*

3.5.1 Méthodes Asymptotiques

De nombreux travaux se sont attachés à trouver des solutions au système d'équations caractérisant les oscillations non-radiales (Lamb 1932, Tassoul 1980, Deubner et Gough 1984, Unno et al 1989, Vorontsov 1991, Lopès et Turck-Chièze 1994), avec ou sans l'approximation de Cowling à partir de méthodes asymptotiques. Ces solutions permettent d'obtenir une expression analytique pour les fréquences et les fonctions propres des modes. En suivant le travail de Deubner et Gough (1984), on obtient une solution asymptotique des équations 3.38. Dans cette approche, seules les dérivées de r et de g sont négligées, considérant que les oscillations et les variables thermodynamiques varient beaucoup plus rapidement. Cela revient à étudier les oscillations d'une couche plan parallèle sous une gravité constante (voir aussi Christensen-Dalsgaard 1997). On négligera aussi le terme $2/r$.
En posant le changement de variable:

$$\begin{aligned} \chi &= div\vec{\delta r}, \\ &= -\frac{1}{\Gamma_1 P}(P' - \rho g \xi_r) \end{aligned} \tag{3.44}$$

On obtient, après un certain nombre de manipulations algébriques, une équation différentielle du deuxième ordre pour χ:

$$\begin{aligned} &\frac{d^2\chi}{dr^2} + \left(\frac{2}{c_s^2}\frac{dc_s^2}{dr} + \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dr}\right)\frac{d\chi}{dr} \\ &+ \left[\frac{1}{\Gamma_1}\frac{d^2\Gamma_1}{dr^2} - \frac{2}{\Gamma_1}\frac{d\Gamma_1}{dr}\frac{g\rho}{P} + k_h^2\left(\frac{N^2}{\omega^2} - 1\right) - \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dr}\frac{1}{\Gamma_1}\frac{d\Gamma_1}{dr} + \frac{\rho\omega^2}{\Gamma_1 P}\right]\chi = 0 \end{aligned} \tag{3.45}$$

où $k_h = l(l+1)/r^2$ est supposé constant (approximation plan parallèle). Pour faciliter l'analyse de cette équation et éliminer le terme $d\chi/dr$, on introduit la variable $X = c_s^2\rho^{1/2}\chi$. Après de nouvelles manipulations, on obtient:

$$\frac{d^2X}{dr^2} + \frac{1}{c_s^2}\left[F_l^2\left(\frac{N^2}{\omega^2} - 1\right) + \omega^2 - \omega_c^2\right]X = 0. \tag{3.46}$$

où $\omega_c^2 = \frac{c_s^2}{4H_\rho^2}\left(1 - 2\frac{dH_\rho}{dr}\right)$ est la fréquence de coupure acoustique et $H_\rho^{-1} = -d\ln\rho/dr$ l'échelle de densité. La fréquence ω_c prend une valeur proche de 5.8 mHz pour les couches très superficielles d'un modèle solaire standard (voir fig 8.2). Toutes les modes de fréquence inférieure deviennent évanescents au-delà de cette zone, cela correspond au point tournant externe, tout proche du rayon solaire. La réflexion est due à la décroissance brutale de l'échelle de densité juste sous la surface. En réarrangeant le membre de droite de l'équation 3.46, on définit deux fréquences caractéristiques $\omega_{l,-}$ et $\omega_{l,+}$:

$$\omega_{l,\pm}^2 = \frac{1}{2}[(\omega_c^2 + F_l^2) \pm \sqrt{(\omega_c^2 + F_l^2)^2 - 4F_l^2N^2}] \tag{3.47}$$

On trace figure 3.4, les quantités $\omega_{l,-}$ (basses fréquences) et $\omega_{l,+}$ (hautes fréquences) en fonction du rayon et pour quelques valeurs de l. Cette figure représente donc la cavité résonnante

dans laquelle les ondes acoustiques ou de gravité sont piégées. Bien évidemment, on retrouve une similarité avec le diagramme 3.1 représentant les fréquences de Lamb et de Brunt-Väisälä et avec notre analyse simple de la section précédente, exception faite du piégeage des ondes acoustiques en surface ($\omega_{l,+} \simeq \omega_c$).
Remarque: à partir du diagramme de propagation, on s'aperçoit si on se fixe une fréquence moyenne de 3 mHz, que les modes de degré inférieur à l=10 sondent le cœur ($r < 0.3$, voir fig 5.2), ceux compris entre l=10 et l=30 la zone radiative, ceux entre l=30 et 50 la zone de transition radiation-convection, et ceux supérieurs à l=50 la zone convective et la surface. Bien sûr comme le point de retournement dépend directement de la fréquence, plus celle-ci sera élévée, plus un mode de degré l fixé se propagera pronfondément dans l'étoile.

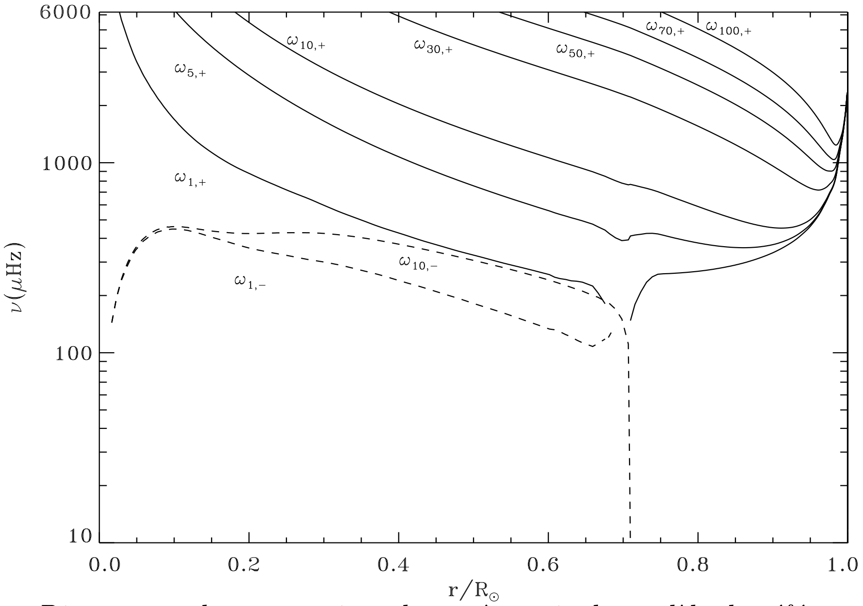


FIG. 3.4 – *Diagramme de propagation obtenu à partir du modèle de référence pour les modes de gravité ($\omega_{l,-}$, l=1,10) et pour les modes de pression ($\omega_{l,+}$, l=1,5,10,30,50,70,100)*

Nous pouvons maintenant appliquer une méthode de type asymptotique pour résoudre l'équation 3.46. La méthode WKBJ [1] (Unno et al. 1989) permet d'obtenir les fonctions et les fréquences propres de l'équation.

3.5.2 Fréquences des Modes

À partir de la solution WKBJ de (3.46), on trouve pour les fréquences la relation suivante:

$$\omega \int_{r_1}^{r_2} \left[1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2} - \frac{F_l^2}{\omega^2}\left(1 - \frac{N^2}{\omega^2}\right)\right]^{1/2} \frac{dr}{c_s} \simeq \pi(n - 1/2) \tag{3.48}$$

où r_1 et r_2 sont des zéros adjacents de telle sorte que l'intégrand soit positif entre eux (partie oscillante du diagramme de propagation). En supposant N^2 négligeable, et après évaluation

1. pour Wentzel, Kramers, Brillouin et Jeffreys.

des différentes intégrales (Christensen-Dalsgaard et Pérez Hernàndez 1992), on obtient une relation pour les modes acoustiques connue sous le nom de *Loi de Duvall* (Duvall 1982):

$$\int_{r_t}^{R} \left(1 - \frac{L^2 c_s^2}{\omega^2 r^2}\right)^{1/2} \frac{dr}{c_s} = \frac{[n + \alpha(\omega)]\pi}{\omega} \tag{3.49}$$

où r_t est le point tournant interne pour le mode de degré l considéré et $\alpha(\omega)$ une quantité liée aux propriétés de surface (la phase entre autres). Cette relation est très puissante puisqu'elle permet de relier la quantité $[n + \alpha(\omega)]\pi/\omega$ à ω et l seulement par leur rapport:

$$\frac{(n + \alpha)\pi}{\omega} = F\left(\frac{\omega}{L}\right) \tag{3.50}$$

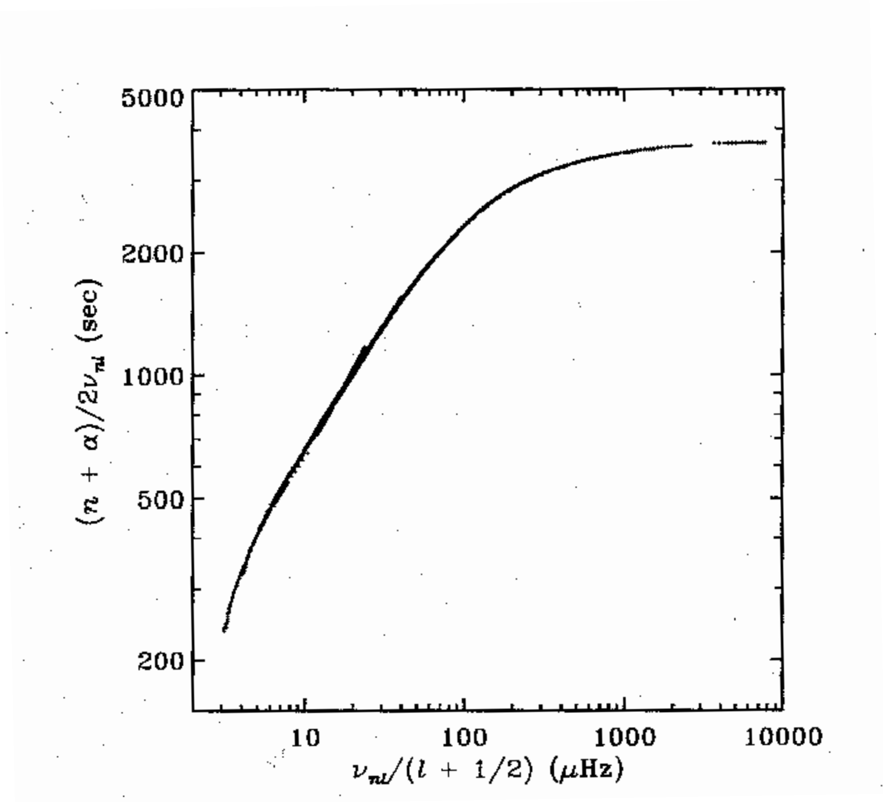


FIG. 3.5 – *Fréquences observées des oscillations solaires suivant la relation (3.49) avec* $\alpha(\omega) = \alpha = 1.45$ *pour réduire la dispersion de la courbe (Christensen-Dalsgaard et al. 1985).*

La figure 3.5 représente la *Loi de Duvall* expérimentale, obtenue avec un α constant égal à 1.45. L'expansion asymptotique de la relation (3.49) à l'ordre 1 puis 2, en considérant $(N/\omega)^2$ ou $(F_l/\omega)^2$ comme petit paramêtre, a été menée à bien par différents auteurs (Vandakurov 1967, Tassoul 1980, Gough 1986, Lopès et Turck-Chièze 1994). Typiquement, la dépendance des fréquences des modes acoustiques ($\nu = \omega/2\pi$) s'écrit au deuxième ordre (Tassoul 1980):

$$\nu_{nl} \simeq (n + \frac{l}{2} + \alpha)\nu_0 - A\frac{l(l+1) + \delta}{n + \frac{l}{2} + \alpha}, \tag{3.51}$$

où $A = 1/4\pi^2\nu_0[c(R)/R - \int_0^R dc/dr dr/r]$, δ est relié aux propriétés internes et $\nu_0 = [2\int_0^R dr/c]^{-1}$ représente l'inverse du double du temps de trajet d'une onde acoustique entre la surface et le centre, qui est de l'ordre de l'heure. Il est à noter, qu'au premier ordre, le développement prédit que les fréquences sont régulièrement espacées en n pour les bas degrés l. On appelle cette quantité la grande séparation, $\Delta\nu_{nl} = \nu_{nl} - \nu_{n-1,l}$ et elle vaut dans le cas du Soleil $\sim 135\mu Hz$ (cf. figure 4.14). D'autres différences permettent de sonder les propriétés internes des étoiles, telles que la petite séparation $\delta\nu_{nl} = \nu_{n+1,l} - \nu_{n,l+2}$ qui sonde principalement le cœur (pour le Soleil cela vaut pour $l = 0, 2$ $\bar{\delta\nu}_{0,2} \sim 9\mu Hz$ cf. figure 4.15), ou la deuxième différence $\delta_2\nu_{nl} = \nu_{n+1,l} - 2\nu_{n,l} + \nu_{n-1,l}$ qui est sensible à la région d'ionisation de l'hélium en surface (Lopès et Turck-Chièze 1994).

Une relation identique à 3.51 peut être obtenue pour les modes de gravité au premier et deuxième ordre en considérant $(\omega/N)^2$ ou $(\omega/F_l)^2$ comme petit paramêtre (Tassoul 1980, Provost et Berthomieu 1986). Une difficulté supplémentaire vient du fait qu'il existe autant de points tournants intermédiaires entre le centre et la surface, qu'il y a de zones convectives dans l'étoile et donc de cavités résonnantes pouvant piégées des modes de gravité. Dans le cas du Soleil, la zone convective externe unique, fait apparaître un point tournant à 0.7 $R_\odot$ et des modes de gravité surfacique dans la région superadiabatique ($r > 0.998$, voir chapitre 8).
On obtient donc par analogie:

$$\int_{r_1}^{r_2} \left(\frac{N^2}{\omega^2} - 1\right)^{1/2} \frac{dr}{r} = \frac{(n+\beta)\pi}{L} \tag{3.52}$$

On remarque que, dans cette relation, la fréquence intervient de manière inverse à la *loi de Duvall* (c.f 3.49), on s'attend donc à obtenir une relation asymptotique pour la période des modes de gravité et non leur fréquence. Typiquement, les résultats asymptotiques donnent, pour la période $P_{nl} = 2\pi/\nu_{nl}$:

$$P_{nl} = \frac{P_0}{L}\left[n + \frac{l}{2} + \beta\right] + \frac{P_0^2}{P}\frac{(L^2V_1 + V_2)}{L^2} \tag{3.53}$$

avec $P_0 = 2\pi^2/\int_0^{r_c} N/rdr$ la période fondamentale des modes de gravité (pour le Soleil $P_0 \simeq 35.5$ min), β est relié à la phase et V_1 et V_2 sont deux termes caractéristiques de la structure (voir Provost et Berthomieu 1986). On voit donc que, pour la région en fréquence où le développement asymptotique est valable, les modes g sont équidistants en période. La figure 3.6 représente la fréquence cyclique $\nu = \omega/2\pi$ en fonction du degré pour les modes p, f et g d'un modèle solaire.

3.5.3 Techniques d'Inversions

Il y a deux manières d'aborder le problème inverse, dont l'utilité est de retrouver les quantités physiques à partir des fréquences observées:

- la méthode géophysique, qui consiste à déduire les variables de structure à partir d'un modèle physique de l'objet étudié,

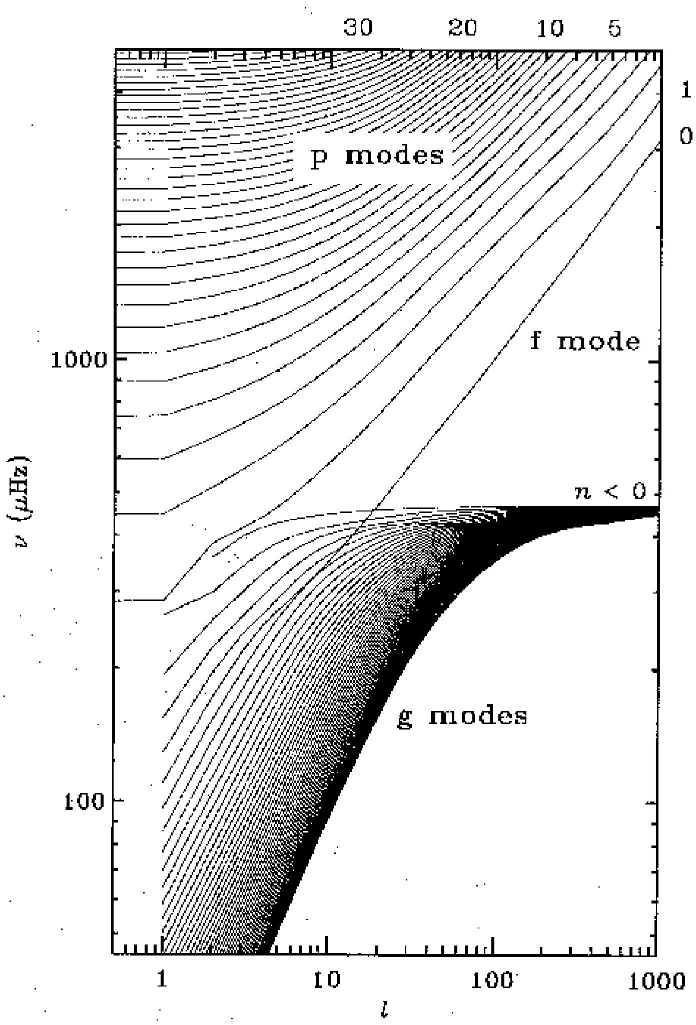


FIG. 3.6 – *Fréquences cycliques $\nu = \omega/2\pi$ en fonction du degré l, pour un modèle solaire (certaines valeurs de l'ordre radial n ont été indiquées) (Christensen-Dalsgaard 1997).*

– l'utilisation des développements asymptotiques.

Comme nous l'avons déja vu, les oscillations solaires peuvent être exprimées à partir des harmoniques sphériques et être classifiées par trois "nombres quantiques", n, l et m. À partir des différentes zones pénétrées par les différents modes acoustiques (voir diagramme de propagation), on peut déterminer la structure du Soleil de la zone traversée et donc déduire la dépendance radiale des variables inversées. Pour l'instant, seuls les modes acoustiques ont été observés. Vu qu'ils dépendent principalement de la vitesse du son du plasma solaire et à un moindre degré de sa densité ρ, ces variables semblent idéales à inverser. Il est à noter que les méthodes actuelles d'inversion, basées sur la méthode géophysique, permettent l'inversion de n'importe quel couple faisant intervenir ρ et Γ_1. A. Kosovichev (1993) a inversé le paramètre d'instabilité normalisé $A^* = \frac{d\ln\rho}{d\ln r} - \frac{1}{\Gamma_1}\frac{d\ln P}{d\ln r}$, sans l'introduction de modes de gravité. Actuellement les inversions qui nous apportent l'information la plus précise sur la structure du

Soleil, sont celles de la vitesse du son, du profil de rotation et de l'exposant adiabatique Γ_1 (pour l'abondance en hélium).

Profil de Vitesse du Son

D. Gough fut le premier à utiliser la *Loi de Duvall* pour inverser la vitesse du son c_s du Soleil. Une fois $F(\omega/L)$ déterminé par l'observation des oscillations, on l'inverse pour obtenir explicitement la vitesse du son. Depuis, des méthodes plus précises ont été élaborées, soit en développant asymptotiquement à des ordres supérieurs, soit en considérant que le modèle standard est suffisament correct. Dans le deuxième cas, on peut linéariser la *Loi de Duvall* autour du modèle, afin que la différence entre les vitesses du son du modèle et du Soleil soit reliée à la différence en fréquence.

$$S(\omega/L)\frac{\delta\omega}{\omega} = H_1(\omega/L) + H_2(\omega) + \frac{H_3(\omega/L)}{\omega^2} \tag{3.54}$$

où la fonction $S(\omega/L)$ est une fonction connue du modèle de référence, $H_1(\omega/L)$, $H_2(\omega)$ et $H_3(\omega/L)$ peuvent être déterminés par un ajustement sur les données par moindres carrés (voir Turck-Chièze et al. 1997 pour une inversion des données GOLF et $H_1(\omega/L)$). Bien que la relation différentielle asymptotique précédente donne une bien meilleure inversion de la vitesse du son qu'avec la *Loi de Duvall*, elle reste incorrecte dans le cœur. En utilisant le principe variationel pour les fréquences des oscillations acoustiques (Chandrasekhar 1964), on peut exprimer la différence entre le Soleil et un modèle en termes de différence de structure. On écrit alors (Dziembowski 1990):

$$\frac{\delta\omega_i}{\omega} = \int K^i_{c_s^2,\rho}\frac{\delta c_s^2}{c_s^2}dr + \int K^i_{\rho,c_s^2}\frac{\delta\rho}{\rho}dr + \frac{F_s(\omega_i)}{Q_i} \tag{3.55}$$

où $\delta\omega_i$ est la différence entre la fréquence ω_i du Soleil du modèle de référence pour le i-ème mode, $K^i_{c_s^2,\rho}$ et K^i_{ρ,c_s^2} sont les noyaux qui représentent le changement en fréquences de la variation de c_s^2 ou de ρ respectivement, Q_i est l'inertie du mode et F_s tient compte des effets de surface (biais) non pris en compte dans les oscillations adiabatiques. Plusieurs techniques, utilisant ce principe existent: moindres carrés régularisés (RLS), moyenne optimisée localement (OLA) (Sekii 1997).

La figure 3.7 montre le profil de vitesse du son en fonction du rayon (au début de la ZAMS (zero age main sequence) et à l'age présent) obtenu à partir du modèle de référence correspondant au graphe 3.1, représentant les fréquences de Lamb et de Brunt-Väisälä. On peut remarquer que cette variable est très lisse variant de 500 km/s au cœur à 7 km/s à la surface, excepté près de 0.7 $R_\odot$ où l'on aperçoit un léger changement de pente dû au passage du gradient radiatif au gradient adiabatique. Afin de rendre l'analyse plus précise, on trace généralement la différence des carrés des vitesse du son entre le Soleil et les modèles (cf. fig 4.8 page 77). Nous verrons chapitre 4, comment interpréter les résultats de notre modèle standard en terme de processus physiques microscopiques ou macroscopiques et nous en étudierons certains dans les chapitres 5 à 8.

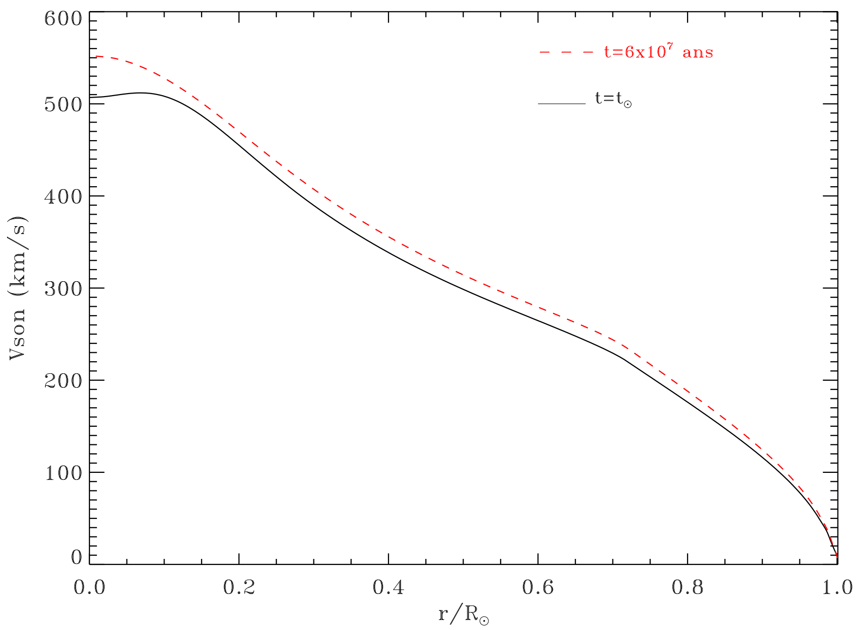


FIG. 3.7 – *Profil de Vitesse du Son d'un modèle diffusif*

Profil de Rotation

La rotation solaire est de l'ordre de 25 jours à l'équateur et de 35 jours aux pôles. La fréquence corrrespondante est donc approximativement de ($\Omega/2\pi \simeq 0.4\mu$Hz), ce qui est faible par comparaison avec les fréquences des modes p ($\sim$ 3 mHz). On peut donc traiter les effets de rotation, par une méthode perturbative, en prenant Ω/ω comme petit paramètre. Dans ce cas, seules les fréquences ω_{nl} sont affectées et elles se décomposent en (2l+1) multiplets ω_{nlm}, puisque l'ordre azimuthal prend n'importe quelles valeurs comprises entre -l et +l (voir Turck-Chièze et al. 1993, Sekii 1997). Un observateur extérieur verra alors chaque composante décalée par rapport à la fréquence centrale de $m\bar{\Omega}_{nl}$, où $\bar{\Omega}_{nl}$ est une moyenne de la rotation $\Omega(r,\theta)$ pondérée le long du rayon par le noyau de rotation $K_{nl}(r)$ (voir Gough 1982, Sekii 1997). L'inversion du profil de rotation (cf. figure 3.8) s'obtient alors directement à partir de la séparation observée des modes acoustiques en leurs différentes composantes m. Il est à noter que la parité des fonctions d'ondes en θ impose que l'on obtienne seulement la composante de la rotation symétrique par rapport à l'équateur et comme $\delta\omega_{nlm} = -\delta\omega_{nl,-m} = (\omega_{nlm} - \omega_{nl,-m})/2$, il n'y a, au mieux, que l observables au lieu des $2l+1$ pour chaque mode (n,l).

En fait, pour ajuster les données et obtenir l'écart (ou "splitting") rotationnel, la séparation en fréquence $\nu_{nlm} - \nu_{nl}$ en fonction de m peut être décomposé sur les polynôme de Legendre, en une composante paire et une composante impaire (Duvall et al. 1986):

$$\nu_{nlm} - \nu_{nl0} = L \sum_{i=0}^{i=N} a_i P_i \left(-\frac{m}{L}\right) \tag{3.56}$$

où les P_i sont les polynômes de Legendre. La composante impaire est due au terme d'advection ou à la force de Coriolis dans le repére en co-rotation avec l'étoile (a_i impair car elle est proportionnelle à Ω). Au contraire, un champ magnétique à grande échelle (autre cause

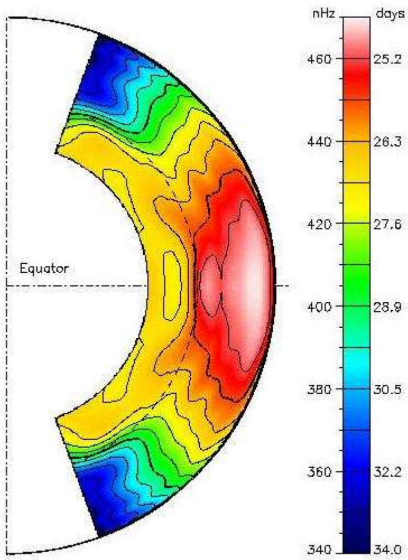


FIG. 3.8 – *Rotation solaire inversée par GONG (Thompson et al. 1996).*

d'écart à la sphéricité, plus faible cependant que la rotation), ou la force centrifuge (a_i pair car elle est proportionnelle à Ω^2), contribueront seulement à la composante paire. Dès lors, on comprend facilement la nécessité d'obtenir les mesures les plus précises possibles, car elles nous permettent d'obtenir la rotation ou le champ magnétique interne. Bien que les modèles standards ne prennent pas en compte la rotation, la connaissance de son profil en fonction du rayon et de la latitude (Thompson et al. 1996, Corbard et al. 1997), peut nous apporter des informations sur le transport du moment cinétique dans les étoiles. Plusieurs équipes (Pinsonneault et al. 1989, Proffit et Michaud 1991, Chaboyer et al. 1995) ont essayé de prendre en compte le transport de moment cinétique et des espèces chimiques au sein des étoiles par des processus macroscopiques pour expliquer notamment le profil de rotation observée (cf. figure 3.8, où la zone radiative tourne d'un bloc (zone jaune sous les tirets)) ou l'abondance du Lithium7, en vain. Actuellement, deux idées sont activement étudiées pour expliquer le profil de rotation rigide de la zone radiative, le champ magnétique (Gough et Sekii 1997) ou les ondes de gravité (partie basse du spectre, dont la période caractéristique est de l'ordre de la rotation ~ 1 mois) (Schatzman 1993, Zahn, Talon et Matias 1997).

Nous étudierons, chapitre 7, dans un cas particulier, l'influence de la rotation sur la structure du Soleil à la base de la zone convective. L'existence d'une rotation différentielle crée un cisaillement qui instaure un mélange dans cette zone du Soleil (tachocline), affectant alors les abondances de surface.

3.6 L'expérience Spatiale GOLF

L'expérience GOLF (Global Oscillation at Low Frequency) (Gabriel et al. 1995, 1997) a été développée pour détecter les modes acoustiques globaux sur toute l'étendue du spectre solaire et éventuellement les modes de gravité, afin de contraindre le plus possible la région centrale de l'étoile. Cette expérience complète deux autres expériences d'héliosismologie VIRGO (Frölich et al. 1995, 1997) et MDI/SOI (Scherrer et al. 1995, Kosovichev et al. 1997) à bord du satellite SOHO (Solar and Heliospheric Observatory) (Domingo et al. 1995) programme commun de l'ESA (European Space Agency) et de la NASA (National Aeronautics and Space Administration). Ce satellite lancé le 2 décembre 1995 en direction du point de Lagrange L1 a pour objectif d'étudier le Soleil dans sa totalité, depuis ses parties les plus centrales, jusqu'à sa couronne externe ou son vent. Un tel observatoire solaire avec plus de 99% de cycle utile d'observation, alors qu'il est au mieux de 70% pour le réseau planétaire le plus performant, constitue une véritable opportunité et un réel challenge pour les astrophysiciens spécialisés dans le Soleil et les étoiles. La qualité des observations ininterrompues permet de sonder le Soleil avec une précision encore jamais atteinte et sa longévité (la mission a été reconduite jusqu'en 2003) nous permettra d'étudier le cycle magnétique de onze ans. L'instrument GOLF d'une résolution fréquentielle inférieure à 0.1 μHz permet de révéler la structure fine du mode d'oscillation observé causé par l'asphéricité du Soleil (essentiellement due à sa rotation et à un moindre degré à son champs magnétique) (voir fig 3.9).

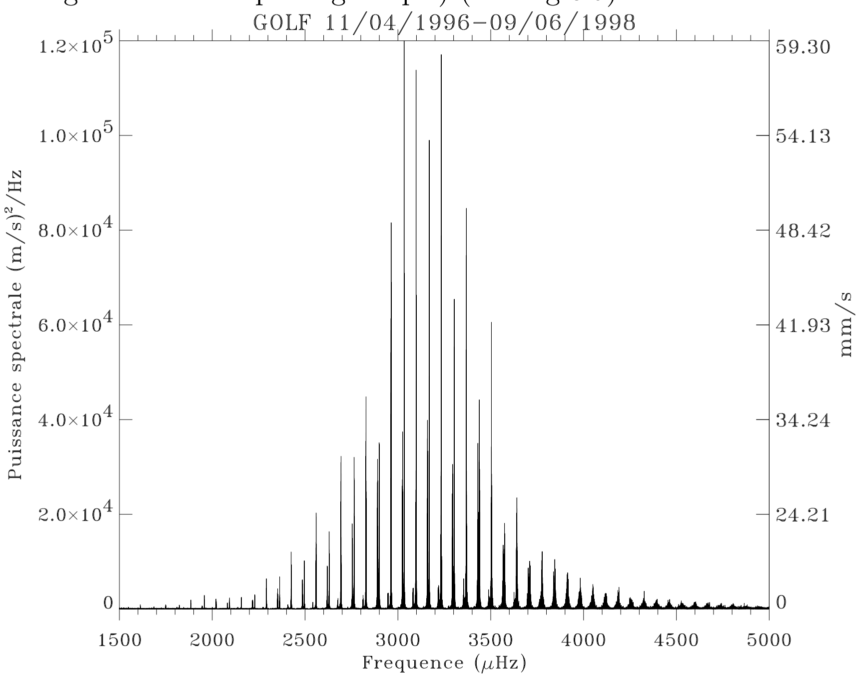


FIG. 3.9 – *Spectre GOLF centré autour des oscillations de 5 min*

Le faible bruit instrumental permet aussi une détection des modes dans les régions du spectre solaire où la supergranulation de la zone convective dégrade le rapport signal sur bruit (voir fig 3.10).

Son fonctionnement est basé sur la mesure du décalage Doppler des raies D1 et D2 du Sodium excitées dans la phostosphère solaire à environ 500 km de la surface. Pour réaliser cette mesure, on extrait un fin pinceau de lumière de 20 Å de large, centré sur la longueur d'onde 5000 Å. Ensuite, la lumière est polarisée circulairement droite ou gauche, grâce à un système composé d'un polariseur plan entouré de 2 lames 1/4 d'onde, afin d'exciter les

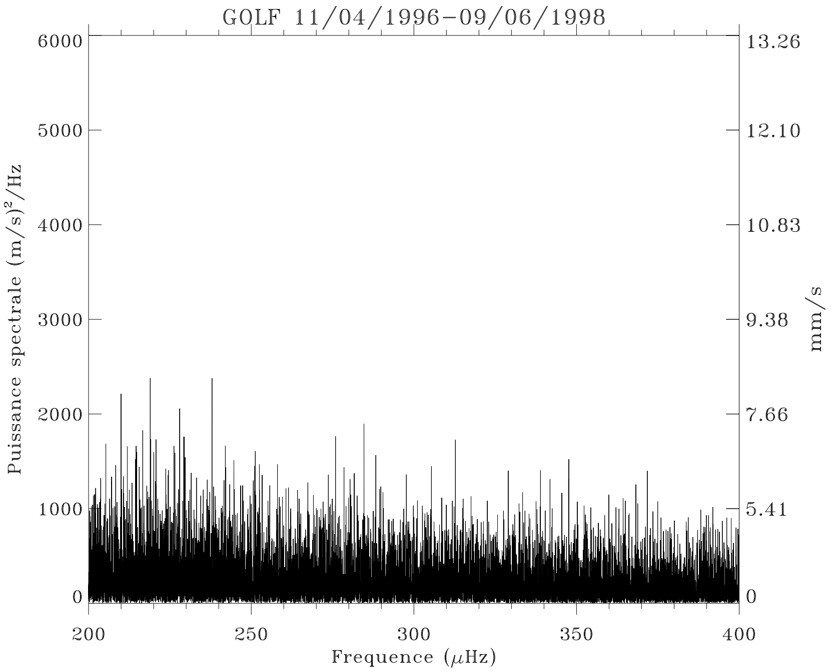


FIG. 3.10 – *Spectre GOLF aux basses fréquences*

composantes σ^- et σ^+ du sodium contenu sous forme de vapeur dans une cellule portée à 200C. La cellule joue de ce fait, le rôle d'un filtre passe-bande. La vitesse est alors déduite des taux de comptage dissymétriques des photomultiplicateurs correspondant à l'aile bleue ou rouge des raies du sodium, par la relation:

$$V_D = V_0 \frac{N_r - N_b}{N_r + N_b} \tag{3.57}$$

où N_r et N_b sont le nombre de photons collectés dans chaque photo-multiplicateur (typiquement 5 millions/s) et V_0 un coefficient de normalisation qui transforme le rapport des comptages en une vitesse.

3.7 Code Numérique

Dans les parties 2 et 3 suivantes, plusieurs calculs de fréquences de modes p ou g sont présentés pour différents modèles solaires. Bien que les méthodes asymptotiques au deuxième ordre soient trés informatives, il est impératif, vu la précision atteinte par l'observation 10^{-5}, de résoudre le système d'équations des oscillations non-radiales adiabatiques (3.33) numériquement. Pour ce faire, nous avons utilisé le code numérique développé par J. Christensen-Dalsgaard (1982). Ce code permet de résoudre le système d'équations (3.33) avec ou sans l'approximation de Cowling, à partir de la structure radiale d'un modèle d'étoile. Plusieurs options sont incluses telles que, calculer des oscillations pour une enveloppe stellaire, considérer des conditions aux limites en surface simple ($P = 0$) ou physique (atmosphère restituée), modifier la méthode numérique (méthode de tir, relaxation), etc.

Les variables d'équilibre A_i à fournir sont les suivantes:

$$
\begin{aligned}
x &\equiv r/R_\odot \\
A_1 &\equiv q/x^3 \text{ , avec } q = m/M_\odot \\
A_2 = V_g &\equiv -\frac{1}{\Gamma_1}\frac{d\ln P}{d\ln r} = \frac{Gm\rho}{\Gamma_1 P r} \\
A_3 &\equiv \Gamma_1 \\
A_4 = A &\equiv \frac{1}{\Gamma_1}\frac{d\ln P}{d\ln r} - \frac{d\ln\rho}{d\ln r} \\
A_5 = U &\equiv \frac{4\pi\rho r^3}{m}
\end{aligned}
\tag{3.58}
$$

où les variables ont leur signification habituelle, et P représente la pression gazeuse, c'est à dire $P = P_{ion} + P_{electron} + P_{rad} + P_{coulomb}$. Nous verrons, chapitre 8, que ces variables seront en partie modifiées par l'introduction d'une pression turbulente tel que $P_{tot} = P + P_{turb}$. À partir des variables d'équilibre, le code résoud le système d'équations en fonction des options choisies, et donne en sortie typiquement: le degré l du mode, l'ordre radial n, l'énergie du mode E_{nl}, la période et la fréquence du mode, ainsi que les fonctions propres correspondantes au type de modes calculés $y_1 = \xi_r/R_\odot, y_2 = l(l+1)\xi_h/R_\odot, y_3 = x\Phi'/gr, y_4 = x^2 d/dx(y_3/x)$ pour le système d'ordre 4, et y_1 et $y_2 = P'/\omega^2 R^2 \rho$ avec l'approximation de Cowling. Un exemple de fonctions pour un mode p, f et g est représenté sur la figure 3.3.

Deuxième partie

Description, Analyse et Incertitudes du Modèle Solaire Standard

Chapitre 4

Le Modèle Solaire Standard

Sommaire

4.1 Introduction 59
4.2 Le Code d'Évolution Stellaire Adaptatif et Modulaire (CESAM) 61
4.3 Description Physique 63
4.4 Analyse Sismique et Prédictions du Modèle Standard 74
4.5 Prédiction des Neutrinos Solaires 86
4.6 Conclusion 89

4.1 Introduction

La proximité du Soleil, nous permet de connaître ses paramètres globaux (masse, luminosité, âge, composition chimique, géométrie) avec une grande précision comparativement aux autres étoiles (voir table 4.3). Le Soleil nous renseigne en effet précisément sur ce qu'est une étoile, et joue le rôle de laboratoire de physique contemporaine. C'est pour cela qu'il constitue une pierre angulaire dans notre compréhension de l'évolution et de la structure des étoiles et que rapidement des modèles numériques ont été développés pour mieux le comprendre et le décrire. Les premiers modèles solaires ont commencé dans les années soixante (Henyey et al. 1959, Kippenhahn et al. 1967, Bahcall et al. 1969) et n'ont pas cessé depuis d'être améliorés (Eggleton 1972, Demarque et al. 1973, Christensen-Dalsgaard 1982, Bahcall and Ulrich 1988, Turck-Chièze et al. 1988) et ce jusqu'à tout récemment (Turck-Chièze and Lopès 1993, Dzitko et al. 1995, Bahcall and Pinsonneault 1995 et 1998, Morel, Provost et Berthomieu 1997, Richard et al. 1996, Christensen-Dalsgaard et al. 1996 et Brun, Turck-Chièze et Morel 1998). Tous sont basés sur les équations de structure (2.6 et 2.8) et utilisent les prescriptions physiques les plus précises de leur époque. Le grand changement durant ces 30-40 ans de modélisation provient de l'héliosismologie. En effet, pendant près de 20 ans, les seules contraintes imposées aux modèles venaient des caractéristiques globales et indirectement du flux de neutrinos solaires avec l'expérience de R. Davis (1964). Christensen-Dalsgaard fut l'un

des premiers en 1982, à déduire des modèles solaires, les fréquences des oscillations acoustiques. Dès lors, il était possible d'améliorer la description microscopique et plus récemment macroscopique, par l'utilisation du puissant diagnostic sismique (voir chapitre 3). Le but de ce chapitre est de décrire le modèle de référence développé au cours de cette thèse et de le comparer aux observations héliosismiques ainsi qu'aux expériences de neutrinos solaires. Ce travail se situe dans la continuité directe de l'étude de la structure interne du Soleil et des processus physiques présent dans les étoiles, commencée par M. Cassé et continuée par S. Turck-Chièze au Service d'Astrophysique du CEA Saclay. Le groupe de Saclay participant à la fabrication et à l'interprétation de l'instrument spatial GOLF, une attention toute particulière a été porté aux résultats de cette expérience et sur l'étude du cœur nucléaire. Vue la grande qualité des observations héliosismologiques, nous avons pu aussi nous intéresser à l'aspect macroscopique du Soleil. Toutes ces études constituent le sujet des chapitres 5 à 8 suivants.
Les résultats du modèle solaire standard actuel ont fait l'objet de plusieurs publications:

- Brun, A. S., Lopès, I., Turck-Chièze, S., and Morel, P. 1997, "Sensitivity of p and g-modes on Specified Physical Processes of Solar Modeling", in F.-X. Schmider and J. Provost (eds.), (poster volume), IAU Symposium 181: Sounding Solar and Stellar Interior, 69.
- Turck-Chièze, S., Basu, S., Brun, A. S., Christensen-Dalsgaard, J. et al. (GOLF Team E) 1997, "Comparison of predicted acoustic mode frequencies with preliminary GOLF results", in F.-X. Schmider and J. Provost (eds.), (poster volume), IAU 181, 131.
- Brun, A. S., Turck-Chièze, S. and Morel, P. 1998, "Standard solar Models in the Light of New Helioseismic Constraints: I the Solar Core", ApJ n^0 506, 913.
- Turck-Chièze, S., Basu, S., Berthomieu, G., Bonanno, A., Brun, A. S. et al. (GOLF Team E) 1998, "Sensitivity of the sound speed to the physical processes included in the standard solar model", in Structure and Dynamics of the Interior of the Sun and Sun-like Stars, eds S. G., Korzennik and A., Wilson, Noordwijk, ESA SP-418, Vol 1, 555.
- Turck-Chièze, S., Brun, A. S., Chièze, J. P. & Garcia, R. A. 1998, "Predictions of the solar neutrino fluxes and the solar gravity mode frequencies from the solar sound speed profile", eds S. G., Korzennik and A., Wilson, Noordwijk, ESA SP-418, Vol 1, 549.

Ce chapitre se décompose en 4 sections. Dans la première, nous présentons le code d'évolution stellaire CESAM (Morel 1997) que nous avons utilisé pour obtenir les différents modèles présentés dans cette thèse. Puis (section 4.3), nous décrivons les améliorations récentes liées à la description microscopique contenue dans notre modèle de référence (opacités, abondances, équation d'état, réactions nucléaires) ainsi que de l'introduction de processus de diffusion. En section 4.4, nous présentons les résultats de notre modèle de référence face à la contrainte héliosismique, comme par exemple: le profil de vitesses du son, l'abondance des éléments chimiques en surface et les fréquences des modes acoustiques en valeur absolue. En 4.5, nous discutons les prédictions des flux de neutrinos et l'apport des nouvelles sections efficaces ou de l'écrantage coulombien. Finalement, nous évaluons les points forts et les faiblesses de notre modèle standard et dressons une liste des améliorations possibles, afin de les étudier dans les chapitres suivants.

4.2 Le Code d'Évolution Stellaire Adaptatif et Modulaire (CESAM)

Le code CESAM (Morel 1997) permet de suivre l'évolution quasi-statique d'étoiles de masses comprises entre 0.6 et 10 $M_{\odot}$, depuis la pré-séquence principale jusqu'au début du cycle 3α. C'est un code à une dimension écrit en fortran 77 incluant la diffusion microscopique et le triage gravitationel des éléments chimiques, la perte de masse et la rotation. Avec la précision de l'héliosismologie, il est nécessaire d'utiliser un code avec une haute précision sur la résolution des équations de structure (2.6 et 2.8), *e.g.* $< 10^{-4}$. Dans le cas de CESAM, la grande précision repose sur la méthode numérique de collocation, utilisant la projection des équations différentielles sur une base de B-splines (de Boor 1978, Morel 1997). Il inclut aussi une grille d'intégration dont l'espacement varie automatiquement, de 300 à 2000 points, selon la précision recherchée. Les conditions aux limites externes peuvent tenir compte de loi $T(\tau, T_{eff})$ (Morel 1994) venant d'atmosphères reconstituées (cas des modèles solaires) ou être évaluer à $\tau = 1$ ($T_{surf} = T_{eff}$ à $r = R_{\odot}$). Il permet de suivre temporellement et spatialement, l'évolution des principaux éléments chimiques constituants le plasma solaire, notamment: ^{1}H, ^{2}H, ^{3}He, ^{4}He, ^{7}Li, ^{7}Be, ^{9}Be, ^{12}C, ^{13}C, ^{14}N, ^{15}N, ^{16}O, ^{17}O, les autres espèces étant incluses dans un élement fictif Ex (i.e. pour extra, de charge $Z = 13$ et de masse $A = 28$). Un autre atout majeur, facilitant son utilisation, vient du découplage entre les routines numériques et physiques (c.f graphe 4.1). La routine **cesam.f** est la routine d'appel du code: *cesam(etat,opa,conv,nuc,lim,t_ tau,diff,perte,ctes,des)*, où *etat, opa, conv, nuc, lim, t_tau, diff, perte, ctes, des*, sont respectivement les routines d'équation d'état, d'opacités, de convection, de réactions nucléaires, des conditions aux limites externes, de loi d'atmosphère $T(\tau, T_{eff})$, des coefficients de diffusion, de perte de masse, de constantes physiques et de dessin. Pour changer la physique contenue dans le modèle d'étoile que l'on veut calculer, il suffit de changer de routines physiques avec celles existantes ou développées à cet effet.

Dans cette thèse, nous améliorons la description physique nécessaire à la résolution des équations de structure, en introduisant les mesures d'abondances chimiques les plus récentes (Grevesse et Noels 1996), l'équation d'état OPAL (Rogers, Swenson et Iglesias 1996), les opacités correspondantes (Iglesias et Rogers 1996), la dernière réévaluation des taux des réactions nucléaires (Adelberger et al. 1998), et l'écrantage coulombien pour un couplage Λ intermédiaire (Mitler 1977). De plus, nous avons effectué plusieurs tests d'intercomparaison avec d'autres codes d'évolution stellaire et nous avons validé nos calculs avec un accord inférieur à quelques % sur les observables physiques considérées, notamment:

- pour les réactions nucléaires et la prédiction des flux de neutrinos avec J. Bahcall et M. Pinsonneault,
- pour la diffusion microscopique avec G. Michaud,
- pour la partie description de l'atmosphére, les opacités et la prédiction en valeur absolue des modes acoustiques avec J. Christensen-Dalsgaard.

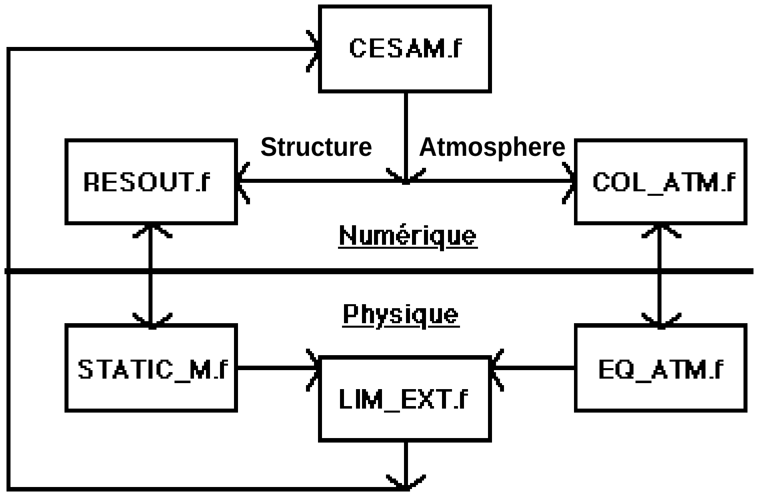


FIG. 4.1 – *Organigramme du code CESAM: la routine cesam.f gére l'appel de toutes les routines aussi bien physiques que numériques.*

Le calcul des différentes structures d'équilibre, permettant d'atteindre un modèle solaire à l'âge présent, repose sur une structure algorithmique classique, même si sa mise en oeuvre dans le choix des méthodes numériques peut varier d'un code à l'autre. Pour une description précise des algorithmes d'intégration utilisés par le code CESAM, voir Morel (1997). Généralement, un code d'évolution part d'un modèle initial, soit de PMS (i.e. pré séquence principale) soit de ZAMS (i.e. séquence principale d'âge zéro) homogène, et d'un fichier d'entrée précisant la composition initiale d'hélium et d'éléments lourds ainsi que la valeur du paramêtre α décrivant la convection. Ensuite, la résolution des équations de structure s'effectue au temps $t + \Delta t$ à partir de la connaissance des variables d'équilibre au temps t. Le pas de temps Δt est choisi de manière à ce que la variation des quantités thermodynamiques et des abondances chimiques soit faible, celui-ci est de $\sim$ 20 ans au départ de la PMS, atteint $\sim$ 10 millions d'années en arrivant sur la séquence principale et vaut $\sim$ 200 millions d'années à l'age solaire de 4.6 milliards d'années. Le processus de résolution du système d'équation est répété autant de fois qu'il est nécessaire pour atteindre la précision recherchée le long de la structure (typiquement 10^{-5}). Une fois atteinte, on incrémente l'âge du modèle et on réitère jusqu'à l'âge solaire (voir fig 4.2).

Une fois le modèle d'âge solaire obtenu, on compare son rayon, sa luminosité et son abondance en éléments lourds (i.e rapport Z/X de surface) avec ceux observés (c.f table 4.3).

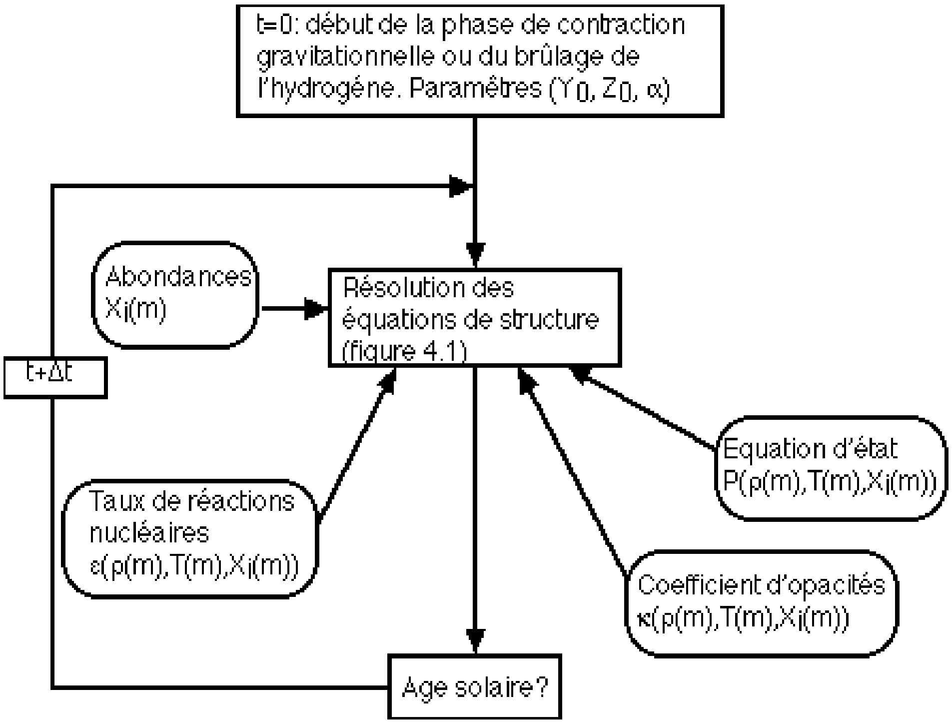


FIG. 4.2 – *Structure d'un code d'évolution stellaire. Une fois la précision de résolution des équation de structure (voir fig 4.1) atteinte, le temps est incrémenté d'un pas temporel dépendant de la précision recherchée et de la variation des quantiés thermodynamiques et des abondances chimiques.*

En fonction de l'accord avec ses valeurs, il faut **calibrer** le modèle, c'est à dire modifier la composition initiale d'hélium4 Y_0, celle d'éléments lourds Z_0 (éléments de charge $Z > 2$), et le paramètre de longueur de mélange α caractérisant la convection, de manière à ce que le modèle suivant soit plus proche des valeurs observées. Pour les modèles actuels, une calibration de 10^{-5} (i.e un accord avec les observations de la luminosité $L_\odot$, du rayon $R_\odot$ et de l'abondance des éléments lourds solaires $Z/X)_\odot$ à mieux que 10^{-5}) est nécessaire pour satisfaire la contrainte héliosismique, notamment en rayon.

4.3 Description Physique

4.3.1 Les Ingrédients Physiques de Base

Comme nous l'avons vu chapitre 2 ou dans la section précédente concernant le code CESAM, il est important pour résoudre les équations de structure, de connaître le plasma solaire et ses propriétés microscopiques, c'est à dire, son équation d'état, son opacité, les abondances des espèces chimiques le composant et les taux des réactions nucléaires prenant place au centre du Soleil. Le but de cette section est de présenter les ingrédients physiques les plus récents que nous avons introduits dans le code CESAM et utilisés dans nos modèles.

Abondances

La bonne connaissance des abondances des éléments chimiques dans le Soleil est capitale, vu son rôle dans les réactions nucléaires, les opacités et l'équation d'état. Plusieurs réactualisations des abondances de surface ont été faites depuis la compilation d'Anders and Grevesse (1989), corrigeant le désaccord entre le fer photosphérique et météoritique et précisant l'abondance du carbone, de l'azote et de l'oxygène (Grevesse and Noels 1993, 1996). La valeur déduite de ses observations pour l'abondance en métaux Z/X=0.0245, s'accorde relativement bien à la métallicité des météorites. Cette valeur est connue à 10-15%, erreur correpondant principalement à l'incertitude sur C, N, O. Il est à noter qu'un effet de triage des éléments chimiques de quelques pourcent durant l'évolution du Soleil, ne peut être exclus avec la précision actuelle (voir section 4.3.2). Le tableau 4.1 montre la repartition en nombre et en masse des principaux éléments lourds composant le plasma solaire (voir aussi la table 2.2 page 24).
L'héliosismologie contribue aussi fortement dans ce domaine, puisqu'elle permet, via l'inversion du coefficient adiabatique Γ_1, de déterminer l'hélium 4 de surface, ce que, par manque de raies visibles, les spectroscopistes ne pouvaient faire. Ceci est possible, car ce coefficient est très sensible au variation d'abondance et de dégré d'ionisation de l'hélium 4 (regarder sur la figure 4.5 la forme particulière de Γ_1 au delà de $r > 0.97R_{\odot}$). Le principe de cette technique consiste à comparer le Γ_1 déduit des observations sismiques par inversion avec celui de modèles solaires tests ayant différentes valeurs d'hélium de surface et ainsi d'en déduire l'abondance d'hélium donnant le meilleur accord avec l'observation. Elle confirme aussi la nécessité de diffusion des espèces chimiques puisque Vorontsov, Baturin et Pamyatnykh (1992) et Basu et Antia (1995) avec une valeur en surface d'hélium de respectivement 0.25 ± 0.01 et 0.249 ± 0.03 par masse en appliquant cette procédure, trouvent une valeur trop basse pour les modèles solaires n'incluant pas ce processus de diffusion, pour lesquels l'hélium de surface est généralement de $Y_{surf} = Y_0 \simeq 0.27$. En effet si la diffusion n'était pas présente dans les étoiles, cela aurait signifié que le modèle solaire devrait avoir une abondance initiale égale à l'abondance présente donc ~ 0.249 au lieu des 0.27. Or cette valeur est très proche de l'abondance primordiale, ce qui aurait posé des problèmes vis à vis de la nucléosynthèse primordiale et stellaire. On conforte donc par la présence de diffusion dans les étoiles le cadre général de l'évolution chimique des espèces.
De plus, comme la calibration des modèles solaires nous permet d'obtenir l'hélium initial Y_0, nous pouvons en déduire la composition en hélium de la nébuleuse primordiale ayant formée le Soleil. Le fait que que cette valeur $\sim 0.27 - 0.28$ soit supérieure de $\sim 12\%$ de la valeur primordiale $Y_p = 0.243 \pm 0.003$ (Izotov et al. 1997, voir aussi Combes et al. 1991), nous permet de préciser et de contraindre l'évolution chimique galactique sur des échelles de temps de quelques milliards d'années, et constitue en cela une variable fondamentale. Nous reviendrons, chapitre 7, sur l'évolution temporelle des abondances chimiques.

	Fraction Relative en Nombre	
Elément	Grevesse & Noels (1993)	Réduction à 19 métaux
C	0.24552	0.24552
N	0.06458	0.06458
O	0.51295	0.51295
F	2.5123e-5	
Ne	8.3192e-2	8.3210e-2
Na	1.4794e-3	1.4794e-3
Mg	2.6308e-2	2.6308e-2
Al	2.0421e-3	2.0421e-3
Si	2.4552e-2	2.4552e-2
P	1.9502e-4	1.9502e-4[a]
S	1.1222e-2	1.1222e-2
Cl	2.1882e-4	2.1882e-4[a]
Ar	2.2913e-3	2.2913e-3
K	9.1218e-5	9.1218e-5[a]
Ca	1.5852e-3	1.5856e-3
Sc	1.0235e-6	
Ti	7.2457e-5	7.4877e-5[a]
V	6.9196e-6	
Cr	3.2366e-4	3.2879e-4[a]
Mn	1.6986e-4	1.6986e-4[a]
Fe	2.1882e-2	2.1877e-2
Co	5.7555e-5	
Ni	1.2305e-3	1.2928e-3[a]

TAB. 4.1 – *Abondances des Éléments Lourds utilisées dans les opacités, les éléments avec [a] sont les nouveaux métaux inclus dans OPAL96.*

Opacités

Directement reliées aux abondances des espèces chimiques et au transport de l'énergie par radiation et conduction électronique (ce dernier est faible dans le cas solaire), les opacités régulent le flux d'énergie venant du cœur nucléaire. Elles jouent donc un rôle essentiel dans le calcul de la structure d'équilibre des étoiles. Nous avons utilisé pour nos modèles les tables d'opacités de Livermore OPAL96 (Iglesias et Rogers 1996) qui sont, elles aussi, basées sur la composition chimique de Grevesse et Noels (1993), et prennent en compte 19 éléments lourds, afin d'avoir le mélange le plus proche du plasma solaire (voir 4.1). Dans CESAM, l'opacité est évaluée en chaque point de maille du modèle en fonction de la température, de la densité, de la composition d'hydrogène et des éléments lourds Z. Dans l'état actuel de ces tables, on ne peut tenir compte de l'évolution du mélange dans l'opacité de Rosseland κ_R, qu'à travers l'abondance d'hydrogène X et des éléments lourds Z. On suppose donc, que les rapports d'abondance entre les éléments restent constants (i.e égaux aux rapports météoritiques de Grevesse et Noels (1993)), ce que l'on sait inexact. Les éléments jouant un rôle dominant dans les opacités pour la zone radiative du Soleil en dehors de l'hydrogène et de l'hélium sont le fer, l'oxygène, le silicium, le néon et le carbone (voir Courtaud et al. 1990, Brun, Turck-Chièze et Morel 1998 et Turcotte et Christensen-Dalsgaard 1998). La comparaison des opacités OPAL93 (Iglesias et al. 1992) et OPAL96 montre une différence maximale dans le sens d'une diminution de l'opacité de Rosseland allant jusqu'à 5%. Cet écart est directement relié à l'introduction des espèces chimiques P, Cl, K, Ti, Cr, Mn, et Ni ainsi qu'à l'utilisation directe de l'équation d'état OPAL dans le calcul (Iglesias et Rogers 1996 et Turck-Chièze 1998). Ces nouvelles opacités dégradent l'accord avec la vitesse du son de quelques 10^{-3}, et expliquent en partie pourquoi le profil du modèle S de J. Christensen-Dalsgaard et al. (1996) obtenu avec OPAL92 est différent des modèles actuels (Turck-Chièze et al. 1998a). Ces variations de quelques 10^{-3} dans l'enveloppe du profil de vitesse du son, montrent à quel point cette région est sensible aux opacités (voir fig 4.7 et le chapitre 6), mais aussi la nécessité de décrire le plus précisément possible les ingrédients physiques de base et d'en évaluer les incertitudes théoriques et expérimentales pour affiner notre compréhension du Soleil. Il est à noter que les tables d'opacités de Livermore ne permettent pas d'atteindre le minimum de température du Soleil ($T \simeq 4200K$) avant la remontée de celle-ci dans la chromosphère. Il est donc nécessaire de les prolonger aux basses températures, pour cela nous avons utilisé les opacités de Kurucz (1991) ou celles d'Alexander et Ferguson (1994).

Equation d'État

L'équation d'état (EoS), caractérise les propriétés thermodynamiques des mélanges gazeux en reliant la pression P, à la densité, la température et l'abondance chimique (i.e $P = P(T, \rho, X_i)$). Elle intervient directement dans l'équilibre hydrostatique et dans le transport par convection de l'énergie. Elle est capitale (comme les opacités) pour obtenir la structure d'équilibre de l'étoile. L'équation d'état OPAL (Rogers, Swenson et Iglesias 1996) est basée sur un développement en fugacité z_i de la grande fonction de partition d'un plasma à plusieurs composantes (approche physique), où $z_i = (2s_i + 1)\lambda_i^{-3} \exp(\mu_i/kT)$, s_i est le spin, μ_i est le potentiel chimique, $\lambda_i = (2\hbar^2/m_i kT)$ est la longueur d'onde thermique de de Broglie, de l'espèce i.

Cette méthode tient compte de façon consistante d'effets très fins tels que tous les stades d'ionisation et d'excitation, corrections coulombiennes, diffraction quantique des électrons, ionisation en pression, dégénérescence électronique, hydrogène moléculaire. L'utilisation de la pseudo fonction de partition de Planck-Larkin pour tenir compte de l'abaissement du potentiel coulombien dans un milieu chargé améliore la description des plasmas partiellement ionisés par rapport à l'utilisation de Z seulement.

$$Z^{pl} = \sum_{nl}(2l+1)(e^{-E_{nl}/kT} - 1 + E_{nl}/kT)$$

Cette équation d'état est parmi les plus complètes et précises des équations d'état (voir aussi l'équation MHD (approche chimique) (Mihalas et al. 1988)) mais laisse peu de flexibilité (étant sous forme tabulée) pour une comparaison de l'importance des différents effets considérés. C'est pour cela que l'équation VDC (voir page 23) par sa simplicité et sa forme analytique reste utile pour comprendre l'influence de chaque terme composant la pression totale. Nous avons donc introduit OPAL dans le code CESAM et l'avons comparé avec l'équation d'état VDC précédemment utilisée dans les modèles de Saclay (Lopès et Turck-Chièze 1993 et Dzitko et al. 1995). La principale amélioration de l'équation d'état OPAL vient de la manière consistante de calculer à partir de constituants élémentaires (électrons, noyaux) le dégré d'ionisation des espèces chimiques (plutôt qu'en utilisant l'équation de Saha (Clayton 1968), comme dans l'équation VDC) et se situe principalement dans la zone d'ionisation partielle de l'hydrogène et de l'hélium ($T < 5\ 10^5 K$) et se retrouve donc dans la forme des coefficients adiabatiques Γ_i. Ces coefficients et notamment Γ_1, permettent par inversion de déterminer l'abondance d'hélium à la surface d'une étoile. L'astérosismologie pourrait s'avérer très puissante si elle permettait une determination précise de l'hélium, qui pour l'instant n'est déduit dans les amas d'étoiles qu'au travers des modèles via la température effective (Lopès et al. 1997, Lebreton 1998).

Réactions Nucléaires

Comme nous l'avons vu dans la section 2.2, les étoiles évoluent sur une échelle de temps nucléaire. Les réactions nucléaires régulent donc la production d'énergie de l'étoile et sa durée de vie. Dans le Soleil, le cœur nucléaire s'étend sur les $\sim 25\%$ en rayon les plus centraux. Il est donc important de bien décrire cette zone de l'étoile, tant pour l'énergétique, l'évolution des espèces chimiques que pour la prédiction des flux de neutrinos, notament ceux des chaînes PPII, PPIII et CNO. Pour ses diverses raisons, l'étude des réactions nucléaires est toujours autant d'actualité. Récemment, une revue des réactions nucléaires importantes pour les chaînes PP et le cycle CNO a été entreprise (Adelberger et al. 1998). Celle-ci avait pour but de déterminer avec quelles précisions les physiciens connaissent ces réactions et l'écrantage, cela dans l'intention de pouvoir faire des prédictions précises vis à vis de la nouvelle génération d'expériences de neutrinos solaires à haute statistique (SuperKamiokande, SNO...) (c.f. 2.4.3). De cette revue il est principalement ressorti que:

- la section efficace $(^3He,^3He)$ a été évaluée pour la première fois aux basses énergies du pic de Gamov avec une précision de 8% ne révélant pas de résonance pouvant modifier fortement $S_{33}(0)$ (voir Arpesella et al. 1996 et fig 4.3 où les forts effets coulombiens de laboratoire sont indiqués pour ces basses énergies),

- la section (^3He,^4He) est différente de $\sim$ 15% selon que l'on considère les expériences basées sur la capture de rayon γ ou sur la mesure d'activité du ^{7}Be, la valeur recommandée actuellement étant leur moyenne,
- la section (^{7}Be,p) a été abaissée de 20% en ne considérant que les expériences récentes (Filippone et al. 1983 et Hammache et al. 1998),
- l'écrantage électronique nécessite d'être plus approfondi (Dzitko et al. 1995 et Gruzinov et Bahcall 1998) se situant selon les réactions entre faible et intermédiaire,
- selon l'extrapolation à basse énergie utilisée pour obtenir S(0), sa valeur peut varier significativement (voir par exemple pour (^{7}Be,p) Jennings et al. 1998).

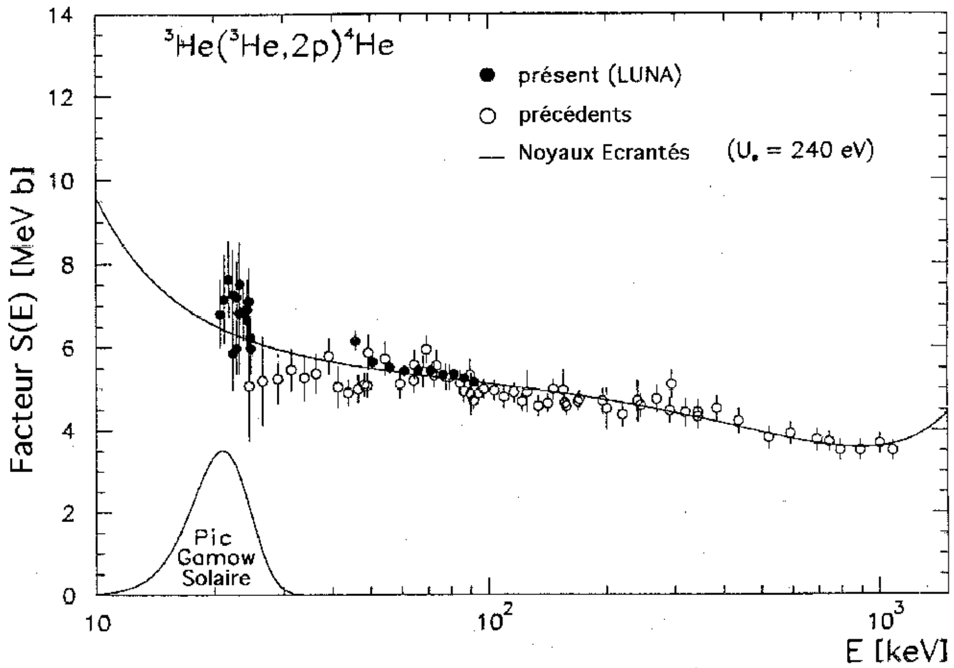


FIG. 4.3 – *Facteur Astrophysique S(E) pour la réaction $^3He(^3He,2p)^4He$ et ajustement incluant les effets coulombiens de laboratoire avec un potentiel écranté U_e. Le pic de Gamov est représenté en unités arbitraires (adaptée de Arpesella et al. 1997)*

Pour notre étude, nous avons donc introduit ces nouveaux taux de réactions nucléaires et l'écrantage de Mitler (1977) en remplacement de ceux de Caughlan et Fowler (1988) et de l'écrantage faible de Salpeter (1954). La table 4.2 récapitule les principaux facteurs astrophysiques S(E) pour les chaînes PP et le cycle CNO.

Les principales modifications sont les réductions de 20.6% de (^{7}Be,p), de 10% (^{3}He,^{3}He), de 1.2% (^{3}He,^{4}He) et de 1.7% de (p,p). Nous verrons section 4.5 et chapitre 5, comment ses modifications agissent sur les flux de neutrinos.

4.3.2 Diffusion Microscopique

Ce processus très lent, pour lequel un atome met plus de 10^{10} ans pour traverser le rayon solaire a été négligé jusqu'au début des années 90. Un des grands apports de l'héliosismologie

TAB. 4.2 – *Facteurs astrophysiques nucléaires S(E) et dérivées pour les principales réactions de combustion de l'hydrogène (voir Aldelberger et al. 1998 pour les autres) et facteurs d'écran pour l'écrantage faible et intermédiaire.*

Reaction	S(0) (MeV barn)	S'(0) (barn)	S"(0) (b MeV^{-1})	f_{WS}	f_{Mitler}
$^1H(p,e^+\ \nu)^2H$	$4.00\ 10^{-25}$	$4.48\ 10^{-24}$		1.05	1.045
$^3He(^3He,2p)^4He$	5.4	-4.1	4.6	1.21	1.18
$^3He(\alpha,\gamma)^7Be$	$5.3\ 10^{-4}$	$-3.0\ 10^{-4}$		1.21	1.18
$^7Be(p,\gamma)^8B$	$1.9\ 10^{-5}$	$-1.35\ 10^{-5}$	$7.33\ 10^{-5}$	1.21	1.17
$^{14}N(p,\gamma)^{15}O$	$3.5\ 10^{-3}$	-0.0128		1.40	1.29

fut de mettre en évidence la nécessité d'introduire les effets de la diffusion microscopique sur les éléments chimiques (Michaud et Proffitt (1991), Proffitt (1994), Bahcall et Pinsonneault (1995), Morel, Provost et Berthomieu (1997) et Christensen-Dalsgaard et al. (1996)).

Dès lors, l'équation pour l'évolution temporelle des abondances X_i des espèces chimiques composant le plasma solaire est modifiée pour tenir compte des effets dus à la diffusion microscopique (voir aussi equation 2.11):

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = -\frac{\partial 4\pi\rho r^2 X_i V_i}{\partial m} + \quad \text{termes nucléaires} \tag{4.1}$$

où la vitesse de diffusion V_i pour l'espèce i par rapport au centre de masse est:

$$V_i = -4\pi\rho r^2 D_i \frac{\partial \ln X_i}{\partial m} + v_i. \tag{4.2}$$

Pour les coefficients de diffusion microscopique D_i et les vitesses de diffusion v_i, le code CESAM (Morel 97) utilise les formules approximées, proposées par Michaud & Proffitt (1993) (eq. 17, 18, 19) pour un mélange ^1H-^4He et plusieurs éléments traces. Ces calculs sont basés sur la résolution des équations de Burgers (1969) obtenues à partir de l'équation de Boltzman (voir Chapman et Cowling 1970 et Vauclair 1983). La figure (4.4) représente les vitesses v_i et les coefficients de diffusion D_i pour les éléments chimiques i les plus abondants. Ces vitesses s'accordent approximativement à 10-15% avec des calculs plus précis basés sur la résolution directe des équations de Burgers (Turcotte et al. 1998). Les équations (17, 18, 19) de Michaud et Proffit (1993) permettent de diffuser individuellement les espèces chimiques sous forme de traces dans un mélange d'hydrogène et d'hélium, à partir de la connaissance de leur nombre atomique Z_i et de leur masse atomique A_i. On remarque (4.4) que ces coefficients diffèrent effectivement en fonction des éléments chimiques considérés. La figure supérieure montre clairement le déplacement opposé de l'hydrogène et des autres espèces chimiques par rapport au centre de masse. Dans la figure du milieu, montrant l'importance des effets thermiques, on distingue l'effet du brûlage du carbone et de formation de l'azote (également visible sur

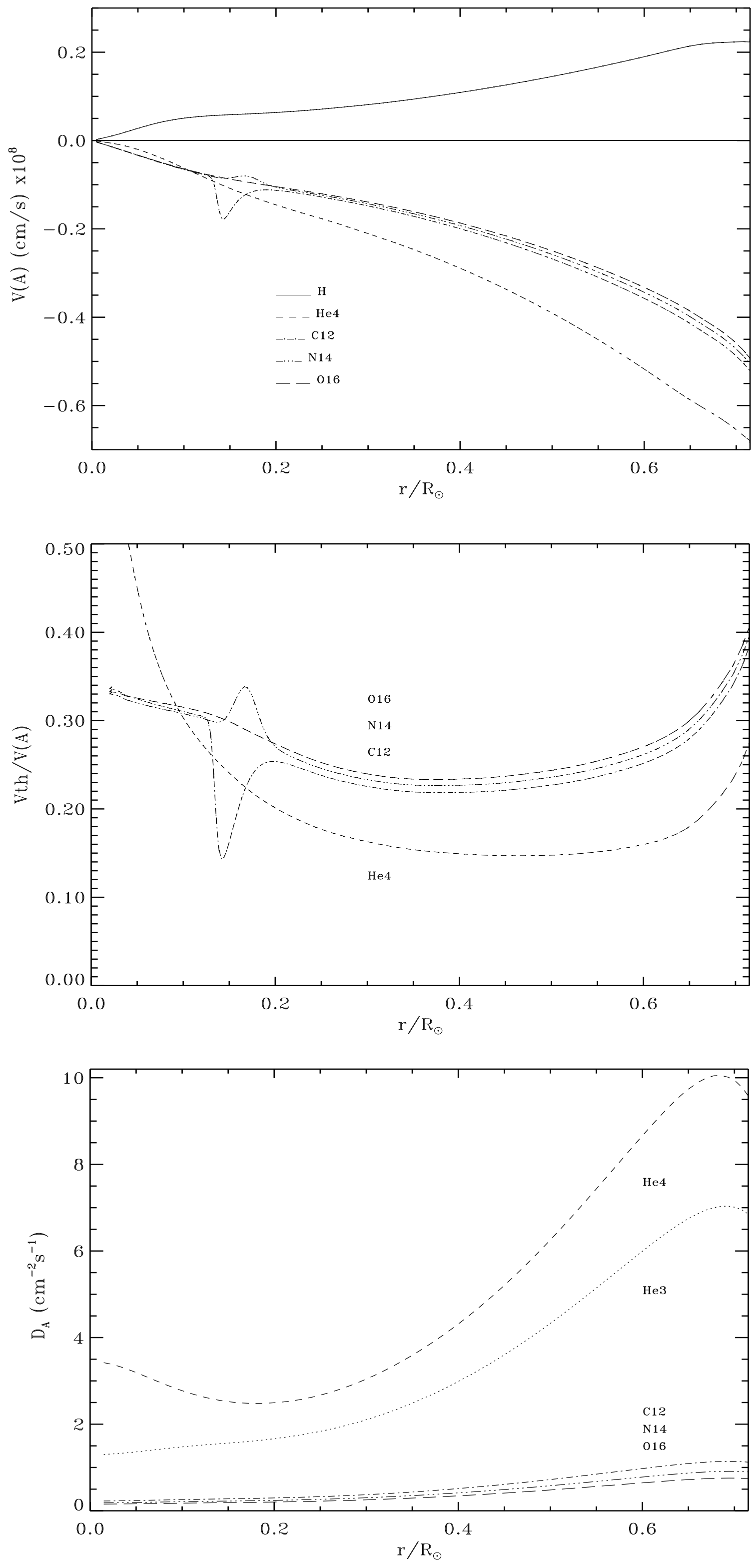


FIG. 4.4 – *Vitesse de diffusion des éléments chimiques H, ^{4}He, ^{12}C, ^{14}N et ^{16}O, contribution de la composante thermique v_{th} pour ces espèces et coefficients de diffusion pour les mêmes éléments + l'hélium 3 (obtenus à partir des formules de Michaud et Proffitt 1993).*

la figure supérieure). Enfin sur la figure du bas sont représentés les coefficients de diffusion des différents éléments chimiques variant entre 1 et 10 $cm^{-2}s^{-1}$, ce qui nous donne l'ordre de grandeur de la diffusion microscopique. Les espèces chimiques présentes dans le code CESAM (c.f section sur les abondances et 4.2) sont principalement celles jouant un rôle dans les réaction nucléaires (e.g chaîne PP et cycle CNO, Clayton 1968). Nous appliquons donc ces coefficients individuellement à tous les éléments chimiques ainsi qu'à l'élément résiduel Ex ($Z_{EX} = 13, A_{EX} = 28$) pour diffuser la composition chimique restante (i.e $X_{Ex} = 1 - \sum_{i=H}^{O17} X_i$).

Il est intéressant de remarquer dans ce processus, qu'en réalité deux phénomènes physiques agissent en sens inverse: la difffusion qui tend à "gommer" les concentrations d'abondance et le triage ou ségrégation qui tend à créer des gradients de concentration, comme par exemple, le triage gravitationnel qui trie les espèces en fonction de leur masse ou l'accélération radiative qui dépend de l'interaction des photons avec les différents éléments (voir Vauclair 1983). Les espèces chimiques sont donc soumises à des mouvements au sein du plasma en fonction des différents gradients en présence. La présence dans les étoiles d'un gradient thermique, de pression, de composition chimique (lié aux réactions nucléaires) et d'une accélération radiative, nous pousse à prendre en compte tous ces processus pour déterminer l'évolution de la composition chimique sous l'effet de la diffusion (pris au sens général). De plus, la présence de mouvements macroscopiques dans les étoiles introduit une diffusion turbulente qui tend à s'opposer à la ségrégation des espèces d'autant plus que le mélange turbulent est efficace. Dans nos calculs, nous tenons seulement compte des gradients de température, de composition chimique, des effets gravitationnels et éventuellement d'un terme turbulent D_T (voir par exemple chapitres 5 et 7), omettant les effets des forces radiatives et d'ionisation partielle des éléments. Ces effets influencent principalement les éléments lourds et peuvent devenir dominant (notamment l'accélération radiative $g_{rad}/g \sim 0.4$) pour les éléments proche du pic du fer. Mais comme ils agissent en sens opposé (Turcotte et al. 1998), l'effet cumulé est faible pour le Soleil par rapport à ceux que nous avons déja pris en compte. Ces effets conduisent à une légère augmentation de la diffusion de C, N, O ($< 8\%$). La diffusion de l'hélium qui est totalement ionisé et qui ne subit que trés faiblement les effets radiatifs ($g_{rad}/g \sim 0.02$) est guère modifiée.

4.3.3 Le Modèle Solaire

À partir de cette réévaluation des ingrédients physiques, nous obtenons un modèle solaire de référence que nous comparons aux données observationnelles et héliosismiques, en utilisant le diagnostic sismique décrit chapitre 3. La table 4.3 résume les principales données observationnelles du Soleil utilisées pour la modélisation et la calibration. Pour la masse, le rayon et la luminosité, voir Allen (1976). La précision de la datation des roches météoritiques indique pour le Soleil un âge de 4.52 ± 0.04 (Guenther 1992) et de 4.57 ± 0.005 milliards d'années (Wassenburg dans Bahcall et Pinsonneault 1995). Or la durée de la phase initiale de formation du système solaire est mal connue, et il faut donc en tenir compte pour l'age final du modèle. En dehors de l'étude du lithium 7 ou de la variation du moment cinétique, débuter un modèle à partir de la séquence principale ou de la pré-séquence principale, ne modifie pas sa structure actuelle. Morel et al. (1998) trouve une différence d'âge de $\sim$25 millions d'années pour atteindre le même Soleil (i.e modèle avec PMS plus jeune). Dans la plupart de nos modèle nous sommes partis directement du début du brûlage de l'hydrogène, ce qui correpond à l'arrivée sur la ZAMS. Les figures 4.5 présente le profil de température, de pression, de densité et le coefficient adiabatique Γ_1 de notre modèle de référence. On voit clairement sur ce dernier les régions d'ionisation partielle de l'hélium et de l'hydrogène ($r > 0.97R_\odot$).

TAB. 4.3 – *Grandeurs solaires*

$M_\odot = (1.9891 \pm 0.0004) \times 10^{33}$ g
$R_\odot = (6.9599 \pm 0.0002) \times 10^{10}$ cm
$L_\odot = (3.846 \pm 0.004) \times 10^{33}$ ergs.s^{-1}
Age = 4.52 ± 0.04 Gyr
$(Z/X)_\odot = 0.0245 \times (1 \pm 0.1)$

Sur la figure 4.6, nous montrons la composition chimique du modèle de référence à l'âge solaire en fonction de la masse et le rayon correspondant (indicatif). On voit clairement que 80% de la masse est confinée dans les 40% en rayon les plus centraux du Soleil et que la zone convective est réduite au 2% les plus externes (abondances chimiques constantes au-delà de 98%). La marche juste à la transition zone convective/ zone radiative est causée par la diffusion qui est très efficace juste à la base de la zone convective. Concernant le profil des éléments chimiques on remarque que:

- le profil d'hydrogène et d'hélium4 est symétrique, directement relié à la transformation de ^{1}H en ^{4}He par les réactions nucléaires,
- le carbone 12 est détruit pour se transformer en azote 14 et un peu en oxygène 16,
- le pic d'hélium 3 vient de la balance entre création via la destruction de ^{2}H et destruction pour donner du ^{4}He et du ^{7}Be (chaînes PP),
- le berylium 7 est abondant dans la partie très centrale de l'étoile, localisant la zone de production des neutrinos du ^{7}Be et du ^{8}B.
- le pic du carbone 13 vient de la balance entre création via la destruction de ^{12}C et destruction pour donner du ^{14}N (cycle CNO).

Les valeurs maximales des différents éléments utilisées pour normaliser le profil d'abondance sont: ^{1}H (0.739), ^{3}He (3.09e-3), ^{4}He (0.635), ^{7}Be (1.72e-11), ^{12}C (2.96e-3), ^{13}C (4.43e-4), ^{14}N (4.53e-3) et ^{16}O (8.85e-3).

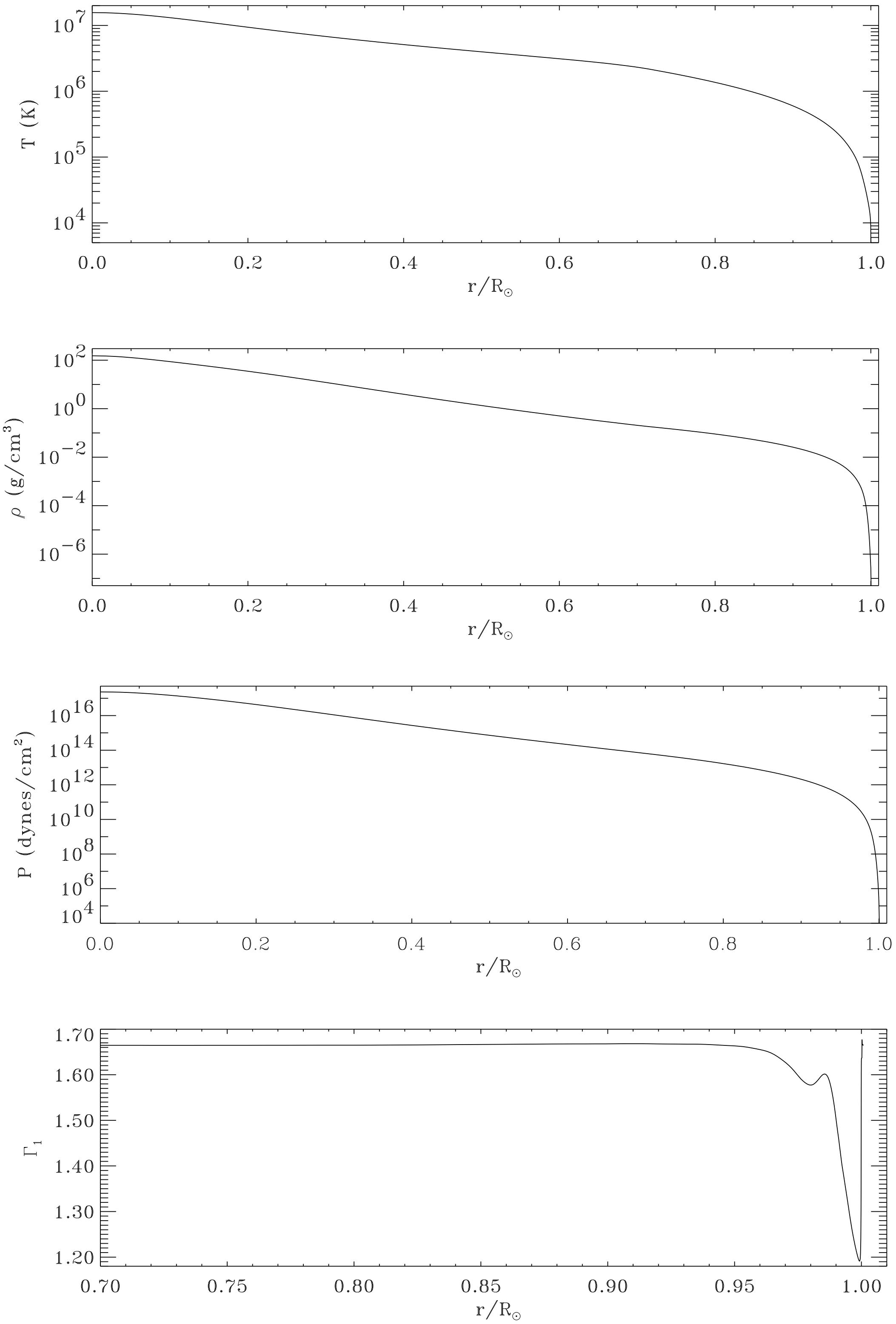


FIG. 4.5 – *Profil de température, de pression, de densité et le coefficient adiabatique* Γ_1 *dans le modèle de référence à l'âge actuel.*

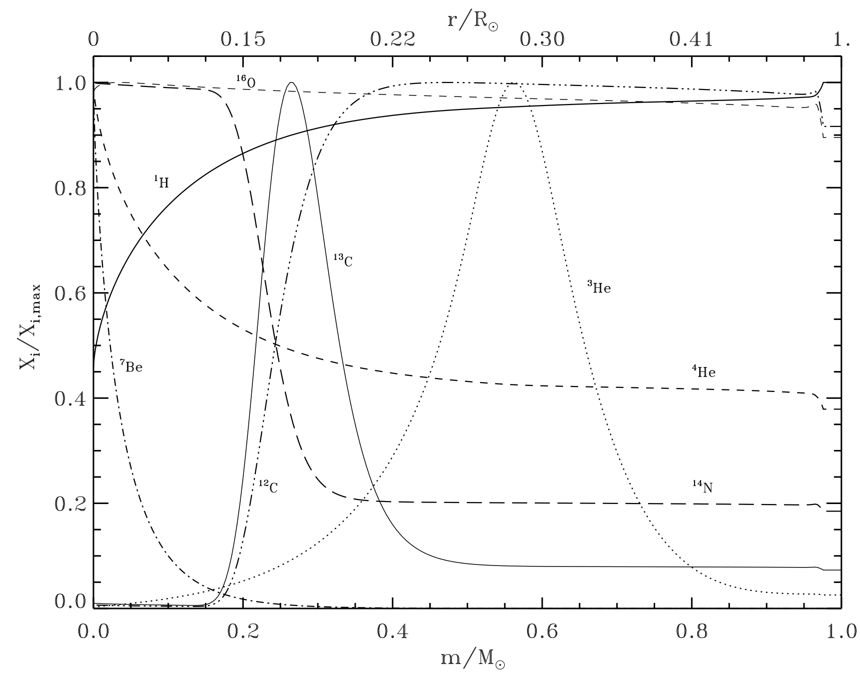


FIG. 4.6 – *Composition chimique X_i normalisée du modèle de référence en fonction de la masse et du rayon. ^1H (ligne continue), ^3He (pointillé), ^4He (petit tiret), ^7Be (tiret point), ^{12}C (tiret 3 points), ^{13}C (ligne continue fine), ^{14}N (grand tiret) et ^{16}O (petit tiret fin).*

4.4 Analyse Sismique et Prédictions du Modèle Standard

L'héliosismologie permet de sonder la struture interne du Soleil et nous impose des contraintes pour nos modèles telles que: la base de la zone convective (Christensen-Dalsgaard et al. (1991)), l'abondance en hélium (voir section abondances) et le profil de vitesse du son et de rotation. Dans cette section nous analysons et comparons un modèle non-diffusif avec notre modèle de référence vis à vis de l'héliosismologie. Dans la table 4.5 nous récapitulons les contraintes observationnelles déduites de l'héliosismologie ainsi que celles venant des expériences de neutrinos solaires. Pour les dernières valeurs des expériences de neutrinos, voir Hampel et al. (1996) pour GALLEX, Abdurashitov et al. (1996) pour SAGE, Cleveland et al. (1998) pour Homestake, Fukuda et al. (1996) pour Kamiokande et Totsuka (1996) et Suzuki et al. (1998) pour SuperKamiokande. Le tableau 4.5 est directement comparable avec le tableau 4.4, résumant les résultats de notre modèle diffusif et du modèle non diffusif.
Nous considérerons tout au long de cette thèse, que le **modèle de référence** est celui incluant la diffusion microscopique et le triage gravitationnel des éléments chimiques, et nous comparerons nos autres modèles (diffusifs) à celui-ci.

4.4.1 Analyse de la Vitesse du Son et Impact de la Diffusion Microscopique

Cette analyse en terme de vitesse du son est très enrichissante, car elle permet de comprendre les processus physiques dominant l'intérieur du Soleil en fonction de son rayon. Les figures 4.7 et 4.8 sont complémentaires dans notre compréhension au travers de la vitesse du son de la structure interne du Soleil.

TAB. 4.4 – *Quantités thermodynamiques et prédictions du flux de neutrinos du modèle de référence:* $\Delta R/R_\odot$ *and* $\Delta L/L_\odot$*: précision sur* $R\odot$ *et* $L\odot$*,* α*: paramètre de longueur de mélange,* τ_b *est lépaisseur optique au fond de l'atmosphère,* Y_0*,* Z_0*,* $(Z/X)_0$*: hélium initial, élément lourd initial et rapport élément lourd sur hydrogène initial,* Y_s*,* Z_S*,* $(Z/X)_S$*: idem pour la composition photosphérique,* R_{bcz}*,* T_{bcz} *sont le rayon et la température à la base de la zone convective,* Y_c*,* Z_c*,* T_c*,* ρ_c*: hélium et élément lourd au centre, température et densité centrales;* P_0*: période fondamentale des modes g;* ^{37}Cl*,* ^{71}Ga*,* ^{8}B *predictions des flux de neutrinos pour le chlore, le gallium et les détecteurs à eau respectivement. OPAL/K 5800K signifie que nous utilisons les opacités OPAL96 au-dessus de 5800K et Kurucz en-dessous.*

Paramètres	modele sans diffusion	référence
Opacités	OPAL/K 5800K	OPAL/K 5800K
Diffusion	non	oui
$\Delta R/R_\odot$	$2.26\ 10^{-5}$	$1.57\ 10^{-5}$
$\Delta L/L_\odot$	$1.79\ 10^{-5}$	$3.67\ 10^{-5}$
α	1.713	1.840
τ_b	2	2
Y_0	0.265	0.273
Z_0	$1.757\ 10^{-2}$	$1.964\ 10^{-2}$
$(Z/X)_0$	0.0245	0.0277
Y_s	0.265	0.243
Z_s	$1.757\ 10^{-2}$	$1.810\ 10^{-2}$
$(Z/X)_s$	0.0245	0.0245
$R_{bcz}/R_\odot$	0.729	0.715
$T_{bcz} \times 10^6$ (K)	2.055	2.172
Y_c	0.614	0.635
Z_c	$1.807\ 10^{-2}$	$2.084\ 10^{-2}$
$T_c \times 10^6$ (K)	15.44	15.67
ρ_c (g/cm^3)	147.80	151.85
P_0 (min)	36.39	35.75
^{37}Cl (SNU)	5.65	7.18
^{71}Ga (SNU)	119.4	127.2
^{8}B (10^6/cm^2/s)	3.66	4.82

La figure 4.8 représente la différence du carré des vitesses du son entre le Soleil observé par les expériences GOLF+LOWL (Lazrek et al. 1997, Tomczyk et al.1995) déduite par S. Basu et J. Christensen-Dalsgaard (Turck-Chièze et al. 1997), et les deux modèles (diffusif et non-diffusif), le long du rayon solaire (Brun, Turck-Chièze et Morel 1998). On voit que pour le modèle diffusif (ligne continue) cette différence a un profil caractéristique et que le carré

TAB. 4.5 – *Observations héliosismiques, détection des neutrinos solaires (1 SNU (Solar Neutrino Unit)=* 10^{-36} *capture/atom/s), et calibration expérimentale des détecteurs GALLEX et SAGE*

Observations héliosismiques
$Y_{surf} = 0.249 \pm 0.003$
$R_{bcz}/R_{\odot} = 0.713 \pm 0.003$
Détection des neutrinos solaires
$^{71}Ga = 77.5 \pm 6.2^{+4.3}_{-4.7}$ SNU (cal= 0.91 ±0.08) pour GALLEX
$^{71}Ga = 66.6^{+7.8}_{-8.1}$ SNU (cal= 0.95 ±0.12) pour SAGE
$^{37}Cl = 2.56 \pm 0.16 \pm 0.14$ SNU pour Homestake
$^{8}B = 2.8 \pm 0.19 \pm 0.33 \times 10^{6}$ cm^2 s^{-1} pour Kamiokande
$^{8}B = 2.44 \pm 0.05^{+0.09}_{-0.07} \times 10^{6}$ cm^2 s^{-1} pour SuperKamiokande

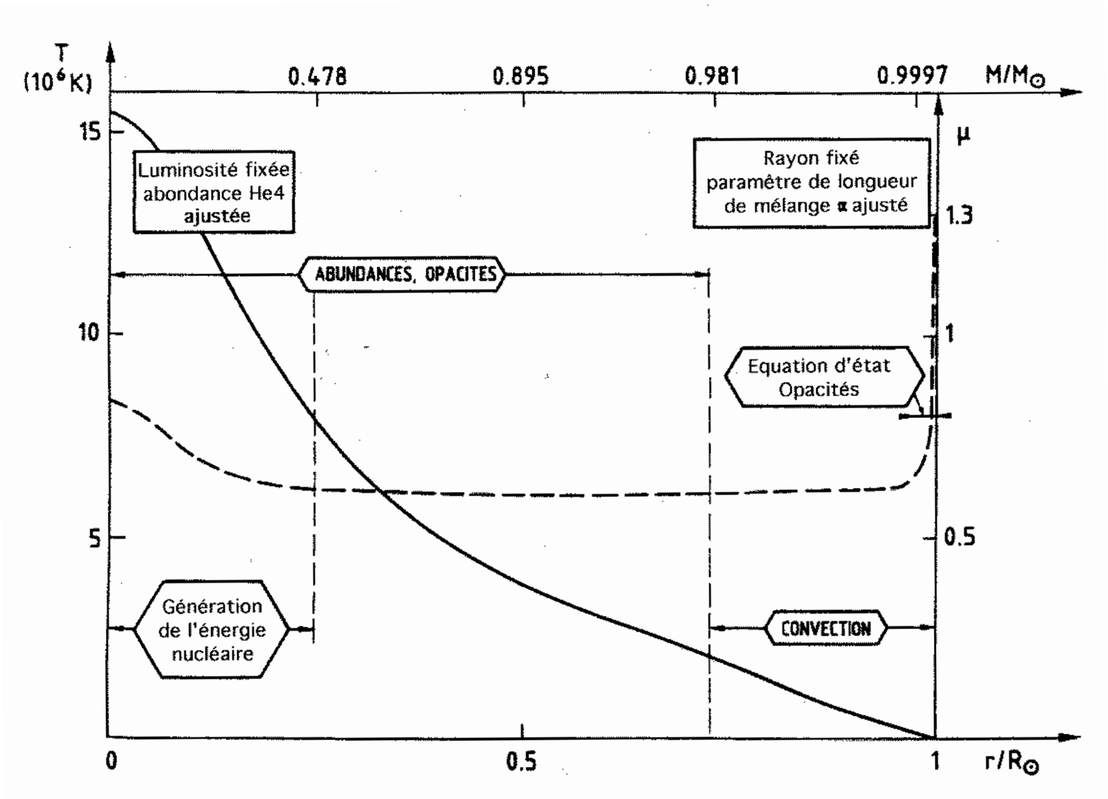


FIG. 4.7 – *Profil de Température et du poids moléculaire moyen μ en fonction du rayon. Surimposés les processus physiques dominant les trois principales parties du Soleil (cœur, zone radiative et zone convective) (adaptée de Turck-Chièze et al. 1993).*

de l'erreur entre 0.05 et 0.95 $R_\odot$ est inférieur à 1%. La figure 4.7 représente la température et le poids moléculaire moyen le long du rayon solaire, et indique, dans chacune des principales parties du Soleil (cœur, zone radiative et zone convective), les processus physiques dominant dans cette région. On comprend alors, que chaque écart dans la figure 4.8 peut être interprété comme une méconnaissance des processus physiques actifs dans cette zone de l'étoile.

Les différentes caractéristiques des deux modèles solaires avec et sans diffusion microscopique (Brun, Turck-Chièze et Morel 1998) sont résumées table 4.4.
À partir de l'analyse en terme de processus physiques, ces résultats nous apprennent que l'introduction de la diffusion microscopique améliore:

- l'accord avec l'observation de la vitesse du son, par plus d'un facteur 2,
- la localisation de la base de la zone convective, dont le rayon se situe à 0.715 $R_\odot$ au lieu de 0.729 $R_\odot$,
- l'abondance d'hélium de surface $Y_{surf} \simeq 0.243$ en réduisant celle-ci de 10%, et de $\sim 8-9\%$ pour les éléments lourds, à l'âge présent,
- le profil de vitesse du son dans la zone radiative et la position de la base de la zone convective en augmentant les éléments lourds et l'opacité le long du modèle, voir par exemple le pic près de 0.7 $R_\odot$ (cf. fig 4.9),
- les fréquences pour les bas ordres radiaux n ($\nu_{nl} < 2.2mHz$) de l'ordre de 3-4 μHz agissant comme un offset (cf. Brun et al. 1997 et la section suivante (fig 4.12)).

Concernant le problème de l'abondance de lithium 7 à la surface du Soleil, les observations basées sur les météorites et l'abondance de surface à l'âge actuel montrent une réduction de l'abondance de cette élément par un facteur ~ 140 (Grevesse et Noels 1993). L'introduction de la diffusion des éléments chimiques permet d'augmenter la déplétion (i.e. de réduire l'abondance de surface) de cet élément par un facteur compris entre 1.5 et 2.5, ce qui va dans la bonne direction. La différence entre les modèles incluant ou n'incluant pas cet effet, se forme surtout lors de l'apparition du cœur radiatif dans la PMS. Mais cela reste nettement insuffisant pour coïncider aux observations, car il faut une diminution au moins 30 fois plus importante (i.e la déplétion du lithium 7 dans un modèle non-diffusif (due à la PMS) est de l'ordre de 2, pour le modèle diffusif sur toute lévolution de l'ordre de 5, l'abondance initiale étant de $^7Li_0 \sim 9.4\ 10^{-9}$ en masse) (cf. Proffitt et Michaud 1991, Richard et al. 1996, Brun, Turck-Chièze et Zahn 1999). Il est donc clair qu'il faille invoquer d'autres processus physiques notamment liés à la turbulence, pour résoudre ce problème. Nous reviendrons plus en détail sur le lithium au chapitre 7.

Par contre, l'augmentation de l'hélium et des éléments lourds au centre augmente l'écart entre la théorie et les expériences de neutrinos solaires (^{71}Ga +7%, ^{37}Cl +27%, ^{8}B +32%).

Au cours de cette thèse nous avons obtenu différents profils de vitesse du son, fonction de notre amélioration dans la description des processus physiques (voir Turck-Chièze et al. 1997 et Brun, Turck-Chièze et Morel 1998). Notamment, l'introduction des opacités OPAL96 par

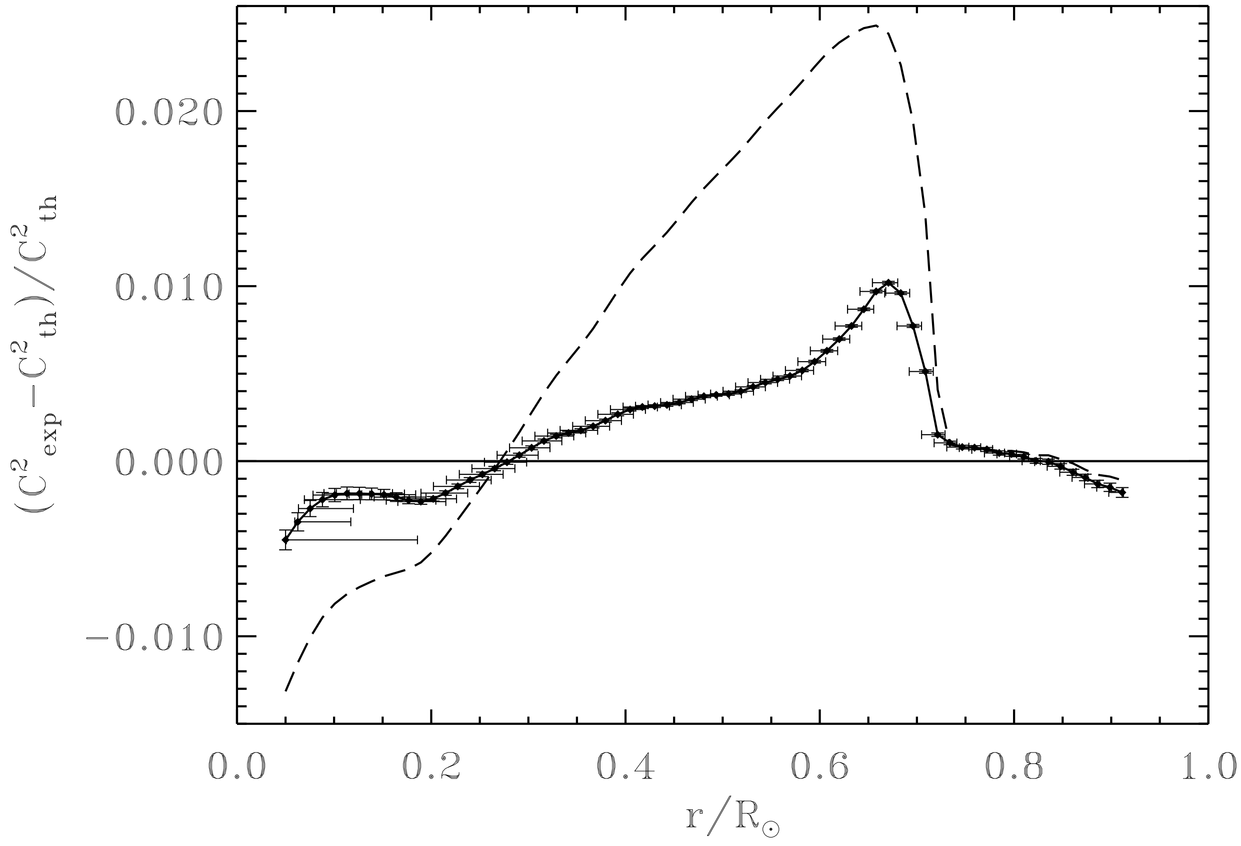
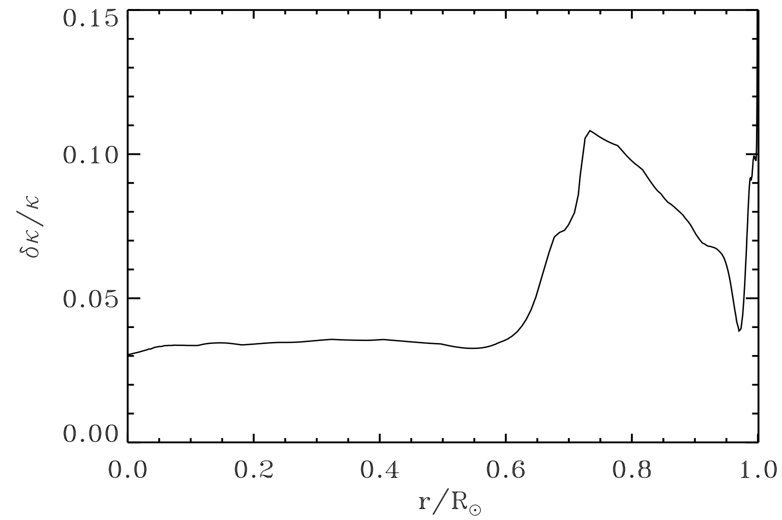


FIG. 4.8 – *Différence du carré des vitesses du son entre le Soleil mesuré par les expériences GOLF+LOWL (Lazrek et al. 1997, Tomczyk et al.1995) et nos modèles sans diffusion (- -) et avec (ligne pleine avec barres d'erreur expérimentales) (Brun, Turck-Chièze et Morel 1998).*

rapport à celles nommées OPAL92 a dégradé notre accord avec le profil de vitesse du son, passant de 0.4% à 0.8% au niveau de la bosse à 0.68 $R_\odot$. Cela montre à quel point la structure est sensible à la physique microscopique (voir Turck-Chièze et al. 1998 (GOLF Team E)).

4.4.2 Effet d'Âge

Il est intéressant de remarquer que l'introduction de la diffusion modifie la composition d'hydrogène central en la réduisant environ de 6.5%. La conséquence d'une telle réduction est qu'à l'âge actuel (4.52 milliards d'années pour les modèles considérés), l'hydrogène central du modèle de référence ne représente plus que 48.6% de l'hydrogène initial, contre 51.3% pour celui sans diffusion. Cela implique que le modèle de référence finira son évolution sur la



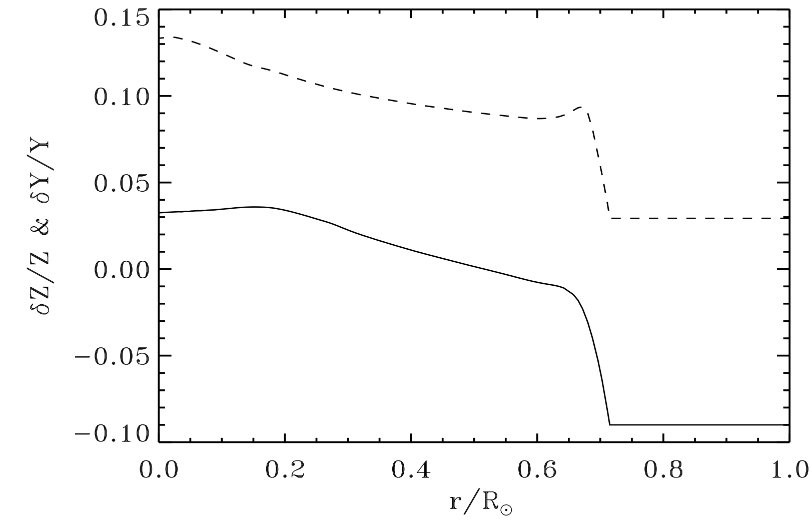


FIG. 4.9 – *a) Différence d'opacités entre un modèle diffusif et un modèle non-diffusif (dans le sens (diff-nodiff)/diff).*
b) Variation relative en hélium (ligne continue) et en éléments lourds (- - -) pour ces deux mêmes modèles.

séquence principale plus tôt d'environ 600 millions d'années si on prend comme critère une abondance centrale d'hydrogène inférieure à 0.1% et d'un milliard d'année si on considère une énergie gravitationnelle supérieure à 1%. La figure 4.10 représente le tracé évolutif des deux modèles depuis la ZAMS jusqu'au début de la branche asymptotique des géantes. On voit clairement que la diffusion fait son effet petit à petit et que le modèle de référence quitte la ZAMS avant le modèle non-diffusif. Cela va donc dans le sens de raccourcir la durée de vie des étoiles. Le premier critère (i.e $X_c < 0.1\%$) donne un âge de 8.65 10^9 ans au Soleil au moment d'atteindre la branche des géantes.

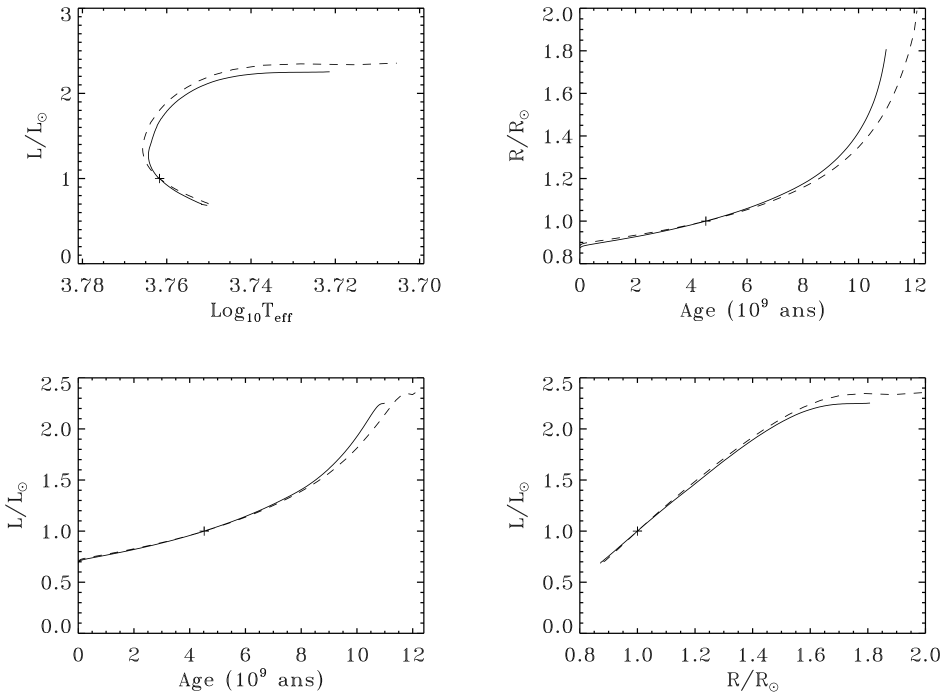


FIG. 4.10 – *Diagramme HR pour le modèle de référence (ligne continue) et le modèle non-diffusif (- - -) (en haut à gauche), augmentation du rayon et de la luminosité en fct de l'âge (resp. en haut à droite et en bas à gauche) et finalement la luminosité en fonction du rayon.*

Nous avons aussi remarqué lors des différentes intercomparaisons de modèles, que les définitions de l'âge des différents modèles n'étaient pas toujours cohérentes entre elles. En effet, l'âge du modèle dépend de la définition de l'âge zéro. Si l'on considère la PMS ou le début du brûlage de l'hydrogène ou la disparition du cœur convectif comme âge 0, alors des différences de 0.1 à 0.2 milliards d'années apparaissent, et il est donc difficile de comparer les modèles entre eux.

La figure 4.11 représente trois modèles calculés en partant de la ZAMS à trois âges différents, 4.52, 4.6 et 4.7 milliards d'années. Il est intéressant de voir que l'augmentation de l'âge revient à une augmentation d'opacité (voir chapitre 6) via l'augmentation des effets de diffusion et de l'abondance en éléments lourds. Les variations entre le modèle standard et celui à 4.7 milliards d'années pour les principaux indicateurs (voir table 4.4), dans le sens ((STD-4.7)/STD multiplié par 10^3) sont: $\delta Y_0/Y_0 = 5.3$, $\delta Z_0/Z_0 = -4.7$, $\delta Z_{bzc}/Z_{bzc} = -2.8$, $\delta T_{bzc}/T_{bzc} = -9.2$, $\delta T_c/T_c = -3.2$, $\delta\rho_c/\rho_c = -19$, $\delta\nu_{Ga}/\nu_{Ga} = -15$, $\delta\nu_{Cl}/\nu_{Cl} = -50$, $\delta\nu_B/\nu_B = -56$. L'augmentation de l'âge revient donc bien à une diminution de l'hélium en surface, une augmentation des éléments lourds, de la température, du flux de neutrinos et de la densité centrale, cette denière étant la plus sensible des variables de structure à un changement du cœur. On remarque aussi un point fixe à 0.2 $R_\odot$ dans le profil de vitesse du son des trois modèles. D'aprés les évaluations de Guenther (1992) et de Wasseburg dans Bahcall et Pinsonneault (1995), il semble qu'un âge de 4.55 ± 0.04 10^9 ans soit le plus indiqué pour le Soleil en partant du brûlage de l'hydrogène.

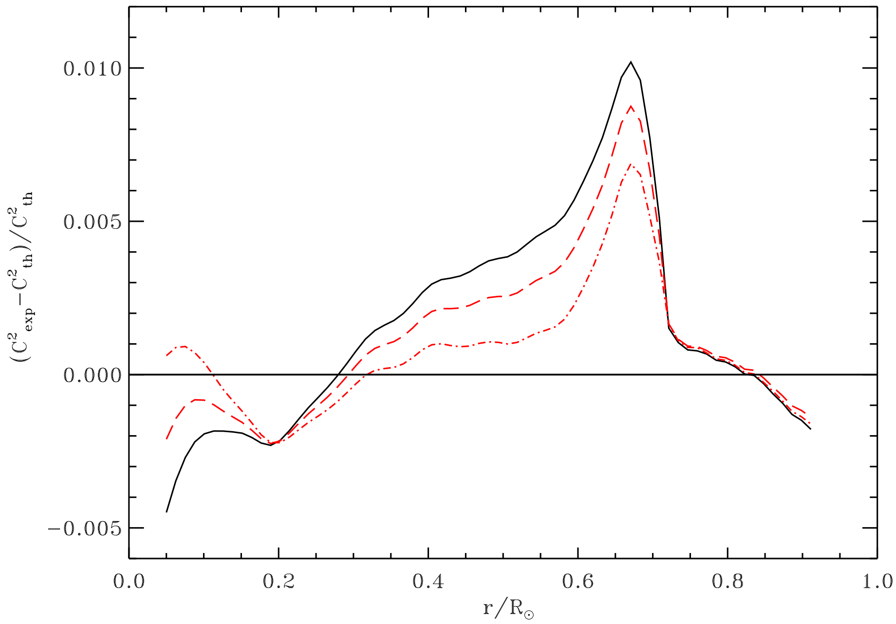


FIG. 4.11 – *Effet d'âge sur le profil de Vitesse du Son, 4.52 milliards d'années (ligne pleine), 4.6 (- -) et 4.7 (- . -)*

4.4.3 Prédiction des Fréquences des Modes de Pression

Dans notre article (Brun, Turck-Chièze et Morel 1998), nous nous sommes intéressés principalement au cœur nucléaire (voir chapitre 5) et donc aux modes acoustiques de bas degré, notamment ceux observés par l'instrument GOLF (l=0,1,2,3). La table 5 de notre article donne une liste de fréquences calculées à partir de notre modèle de référence, pour lequel l'accord est inférieur à $1\mu Hz$ si l'on ne considère que les fréquences inférieures à 2.2 mHz. La figure 4.12 représente les fréquences acoustiques des deux modèles discutés dans ce chapitre (i.e avec ou sans diffusion microscopique) pour $l = 0$ comparées aux données GOLF (Lazrek et al. 1997). Il est clair que l'introduction de la diffusion améliore en valeur absolue les fréquences inférieures à 2.2 mHz, mais qu'elle agit comme un offset, la pente venant du traitement de l'atmosphère qui est la même pour les deux modèles. Dans notre poster Brun et al. (1997), nous avons évalué l'influence de différentes modifications des couches trés superficielles (dites superadiabatiques), comme les lois d'atmosphère, la profondeur optique du raccordement structure-atmosphère (τ_b), la discontinuité du au raccord des opacités et de l'équation d'état aux basses températures. Nous en avons conclu, que dans la majorité des cas, l'effet était faible (2-3 μHz) par rapport aux 20 μHz recherchés.

La figure 4.13 représente le spectre des modes acoustiques obtenu par GOLF pour $\nu \in [1.5, 2]$ mHz sur lequel on a surimposé les prédictions théoriques du modèle de référence. On peut constater le bon accord observation-théorie obtenu dans cette zone qui n'est pas affectée par les problèmes de surface, le modèle peut ainsi aider à la reconnaissance des modes (voir aussi figure précédente) aux basses fréquences. Nous avons représenté également, la grande différence $\Delta\nu_{nl} = \nu_{nl} - \nu_{n-1,l}$ pour $l = 0$ et la petite différence $\delta\nu_{nl} = \nu_{n+1,l} - \nu_{n,l+2}$ pour

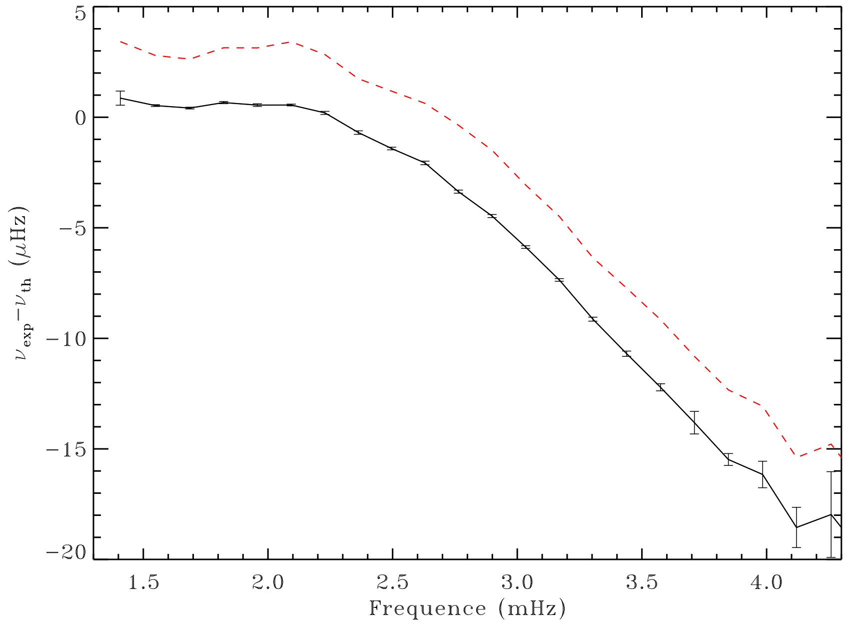


FIG. 4.12 – *Fréquences des modes p pour $l = 0$ comparées aux données GOLF (Lazrek et al. 1997): modèle de référence diffusif (ligne continue) et modèle sans diffusion (tireté)*

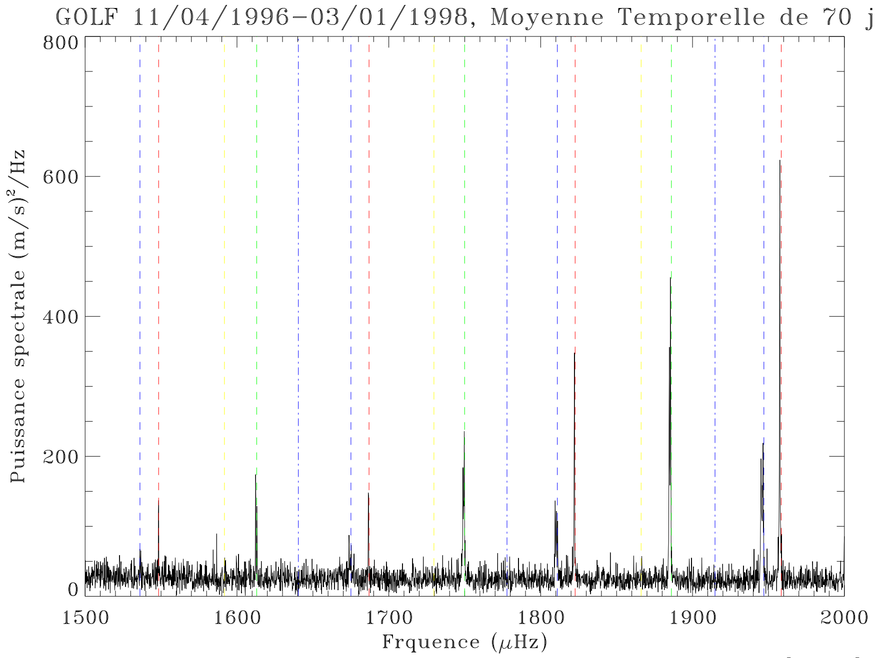


FIG. 4.13 – *Spectre des modes acoustiques obtenu par GOLF pour $\nu \in$ [1.5,2] mHz (Lazrek et al. 1997) et prédiction théorique du modèle de référence $l = 0, 1, 2, 3$*

$l = 0, 2$ et $l = 1, 3$ (c.f fig 4.14 et 4.15) pour les deux modèles.

La grande différence met en évidence les problèmes d'atmosphère, mais aussi les écarts à l'équation des gaz parfaits. Comme dans notre cas les deux modèles ont la même équation d'état et la même atmosphère, leur grande différence est presque identique. On remarque tout de même un accord avec les données légèrement meilleur pour le modèle diffusif (symbole triangle) notament pour $\nu <$ 3mHz. Dans l'article Turck-Chièze et al. (1997), on peut voir

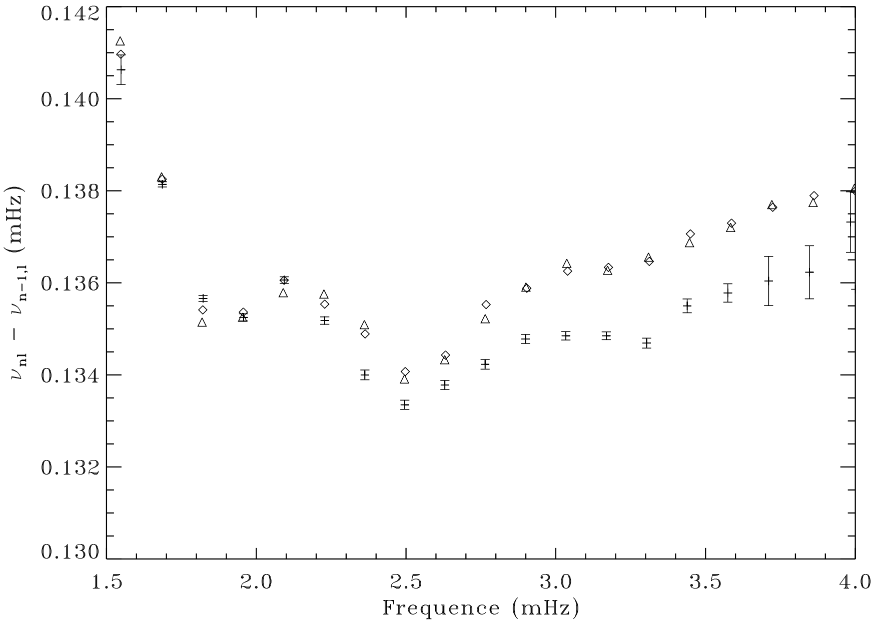


FIG. 4.14 – *Grande différence Δ_{nl} des modes p pour $l = 0$: Données GOLF (Lazrek et al. 1997) croix + barres d'erreurs, modèle de référence diffusif (losange) et modèle sans diffusion (triangle)*

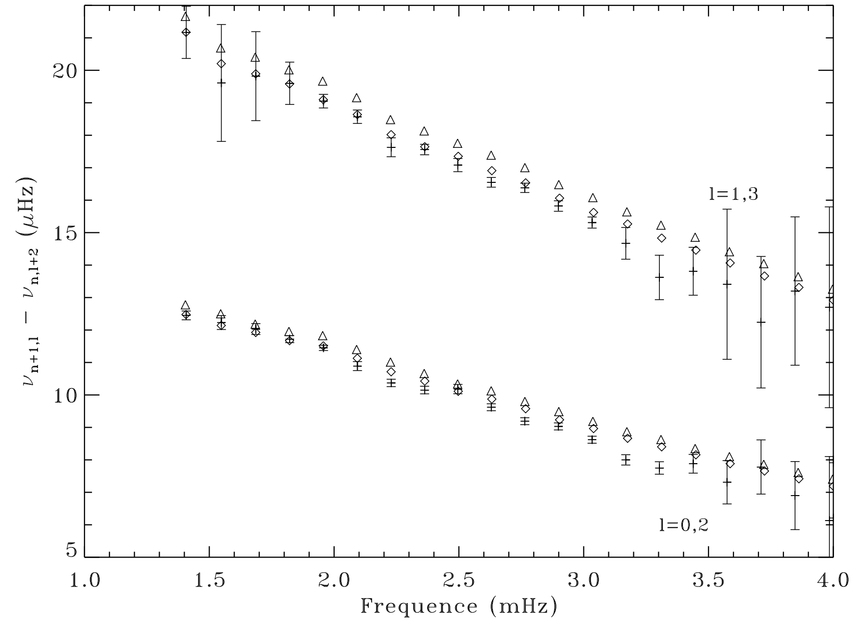


FIG. 4.15 – *Petite différence des modes p pour $l = 0, 2$ et $l = 1, 3$: Données GOLF (Lazrek et al. 1997) croix + barres d'erreurs, modèle de référence diffusif (losange) et modèle sans diffusion (triangle)*

la différence entre l'équation d'état VDC utilisée dans l'article Turck-Chièze et Lopès (1993) avec l'EoS OPAL présente dans le modèle S (Christensen-Dalsgaard 1996) ainsi que dans le traitement de l'atmosphère. L'EoS OPAL décrit effectivement mieux à basses fréquences les oscillations de la grande différence correspondant à la région d'ionisation partielle de l'hélium, mais le traitement des couches externes semblent plus problématique dans le modèle S ou dans notre modèle de référence. La petite différence par contre, nous renseigne sur le cœur, et on peut vérifier fig 4.15 que l'introduction de la diffusion microscopique améliore notre partie centrale sensiblement.

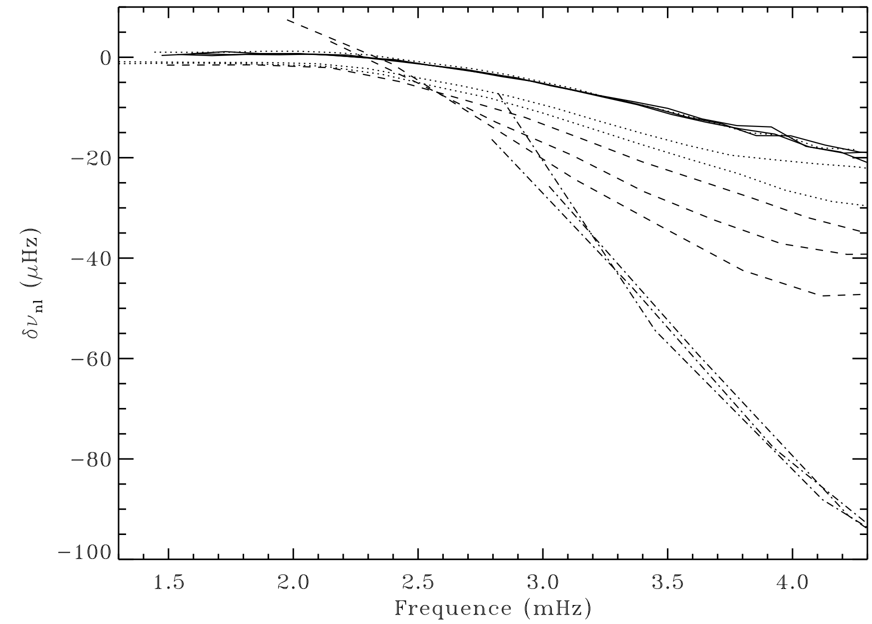


FIG. 4.16 – *Fréquences des modes p du modèle de référence comparées aux données ($\nu_{exp} - \nu_{th}$), GOLF $l = 1, 2, 3$ (Lazrek et al. 1997) et BBSO $l > 3$ (Libbrecht et al. 1990): $l = 1, 2, 3$ (ligne continue), $l = 10, 20, 50, 70$ (pointillé), $l = 100, 150, 200$ (tireté), $l = 500, 600, 800$ (tiret point)*

Nous représentons, comparé à GOLF (Lazrek et al. 1997) et à BBSO (Libbrecht et al. 1990), les modes acoustiques du modèle de référence pour un grand nombre de degré $l = 1, 800$ (fig 4.16). Nous utilisons les données GOLF pour $l \leq 3$ car elles sont plus précises que les données BBSO pour ces modes. Nous voyons sur cette figure que l'écart peut atteindre 0.1 mHz, ce qui est 10 à 1000 fois supérieur aux erreurs expérimentales, notamment aux hautes fréquences pour les degrés élevés, montrant la difficulté théorique à décrire les couches superficielles. En fait, pour les hauts degrés, il est nécessaire de renormaliser cette différence par rapport à l=0, en faisant intervenir le facteur $Q_{n,l} = E_{n,l}/\bar{E}_0(\omega_{n,l})$, où $\bar{E}_0(\omega_{n,l})$ est l'énergie du mode $l = 0$ à la fréquence $\omega_{n,l}$ (voir fig 4.17).

En représentant $Q_{nl}\delta_{nl}$, on peut alors voir fig 4.18, que l'accord est inférieur à 20 μHz jusqu'à 4.5 mHz et ce quelque soit le degré du mode. Comme nous l'avons déja fait remarquer, cette différence est liée au traitement de l'atmosphère et elle rajoute une difficulté pour l'étude des propriétés centrales de l'étoile, en plus de celle liée au faible nombre ($\sim$ 100) de modes sondant le cœur. Bien que le diagnostic sismique au travers de la vitesse du son ou de la petite différence élimine une partie des biais de surface, il devient de plus en plus difficile de discriminer entre eux deux modèles aux cœurs légérement différents. Nous avons donc rajouté à notre étude, la prédiction des modes de gravité et la fréquence de Brunt-Väisälä, car c'est un support théorique crucial pour l'étude et la compréhension des régions centrales et des

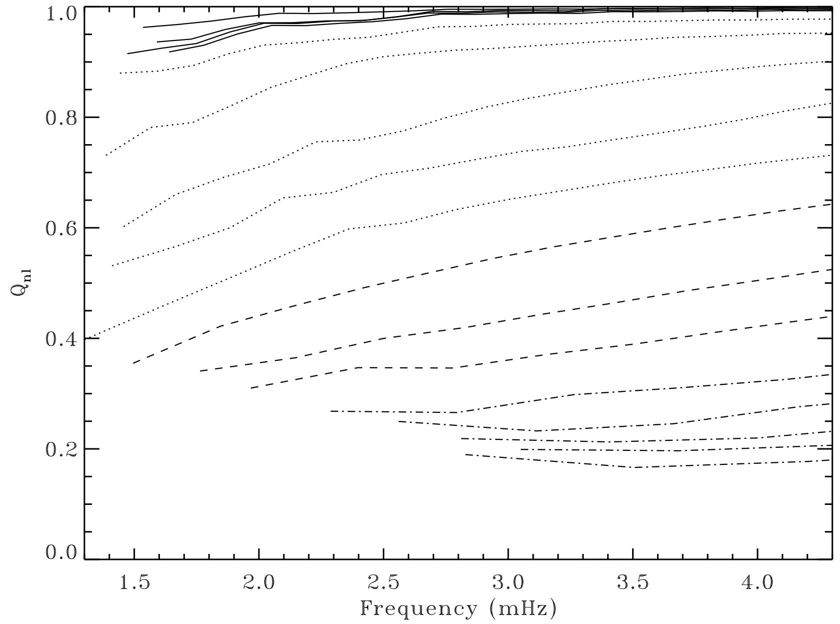


FIG. 4.17 – *Terme de normalisation Q_{nl}: $l = 1, 2, 3$ (ligne continue), $l = 10, 20, 50, 70$ (pointillé), $l = 100, 150, 200$ (tireté), $l = 500, 600, 800$ (tiret point)*

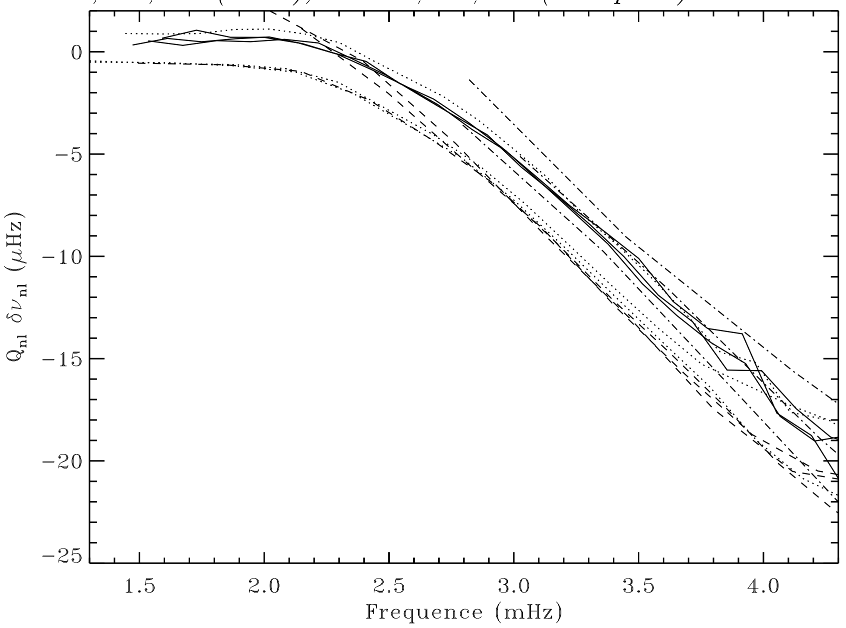


FIG. 4.18 – *Fréquences des modes p normalisées par Q_{nl} comparées aux données ($\nu_{exp} - \nu_{th}$), GOLF $l = 1, 2, 3$ (Lazrek et al. 1997) et BBSO $l > 3$ (Libbrecht et al. 1990): $l = 1, 2, 3$ (ligne continue), $l = 10, 20, 50, 70$ (pointillé), $l = 100, 150, 200$ (tireté), $l = 500, 600, 800$ (tiret point)*

données de l'expérience GOLF.

4.4.4 Prédiction des Fréquences des Modes de Gravité

Un des buts de l'instrument GOLF est de détecter les modes de gravité. Théoriquement le domaine de fréquence dans lequel ils peuvent être observés, est $\nu_{nl} < 0.4$ mHz (voir fig

3.10). Le fait qu'ils soient confinés dans la zone radiative du Soleil les rend particulièrement intéressant pour l'étude de cette région notament pour le cœur nucléaire. Seulement la traversée sous forme évanescente de la zone convective réduisant leur amplitude et la supergranulation solaire les rendent difficilement observables. Les prédictions théoriques les plus récentes donnent comme déplacement de la surface pour les modes les plus amplifiés autour de 0.5 mm/s (Kumar el al. 1996) alors que pour les modes acoustiques le déplacement est de l'ordre de quelques dizaines de cm/s. Leur découverte constitue donc un challenge expérimental, et pour espérer y parvenir, il est nécessaire d'avoir une stratégie (Turck-Chièze et al. 1998b, Gabriel et al. 1998). Une d'elles est de chercher une série de pics en utilisant leur espacement constant en période (expression asymptotique), une autre développée à Saclay, consiste à rechercher des pics individuels dans la région où le bruit solaire est le plus faible (ν comprise entre 100 et 400 μHz) (Turck-Chièze et al. 1998b). À partir de notre modèle de référence nous avons calculé les fréquences des modes g pour $l = 1$ et 2. Les modes de bas degré se situant au dessus de 200μHz sont vraisemblablement les plus visibles, vu que l'amortissement radiatif τ varie comme $(l(l+1))^{3/2}/\omega^4$ (Press 1981). La table 4.6 donne la liste des fréquences des modes dans le domaine 100-400 μHz, il est clair qu'en dessous de 100 μHz, il y a une forêt de pics qui se mélent au bruit solaire, et l'identification d'un mode semble beaucoup plus difficile (voir fig 3.10).

TAB. 4.6 – *Fréquences des modes de gravité (μHz) du modèle de référence, obtenues avec le code de Christensen-Dalsgaard (1982).*

n	$l = 1$	$l = 2$
1	260.3	294.5
2	189.3	254.0
3	151.6	220.2
4	126.3	192.2
5	107.9	168.6
6	94.31	149.5
7	83.68	133.9
8	75.21	121.1
9	68.23	110.4
10	62.45	101.4

4.5 Prédiction des Neutrinos Solaires

Depuis l'expérience de R. Davis (1964), les modèles ont toujours prédit plus de neutrinos que l'on en détecte (voir tables 4.3 et 4.4). Aujourd'hui après plus de trente ans de comparaison, le problème persiste. Avec l'arrivée des expériences SAGE (Abdurashitov et al. 1996) et

GALLEX (Hampel et al. 1996), il a été possible de détecter pour la première fois les neutrinos solaires de basse énergie de la réaction fondamentale (p,p), qui constitue la source d'énergie nucléaire principale des étoiles de type solaire. Depuis maintenant 2 ans, l'expérience Super-Kamiokande (Totsuka et al. 1996, Fukuda et al. 1998) (première expérience avec une grande statistique $\sim$ 5000 événements par an) confirme le taux de comptage des neutrinos les plus énergétiques venant du ^{8}B (voir fig 1.2 page 5) obtenu par Kamiokande (Fukuda et al. 1996) et précise le spectre en énergie permettant ainsi de discriminer les solutions déformant le spectre en énergie des neutrinos solaires de celles ne le modifiant pas (Suzuki et al. 1998). Toutes ces expériences et celles à venir (Borexino (Feilitzsch 1997), SNO (Meijer-Drees 1997), Hellaz (Tao 1997), LENS (Raghavan 1997)) essaient de résoudre le problème du déficit des neutrinos solaires, car si la solution vient de l'astrophysique, de la physique nucléaire ou de la physique des particules, le flux de neutrinos et le spectre en énergie est modifié différement. La figure 4.19 représente la production de neutrinos d'un modèle solaire en fonction du rayon. On voit clairement que celle-ci est trés centrale ($r < 0.15R_\odot$) (notamment la production des neutrinos du ^{8}B) région difficilement atteinte par l'héliosismologie (voir chapitre 5).

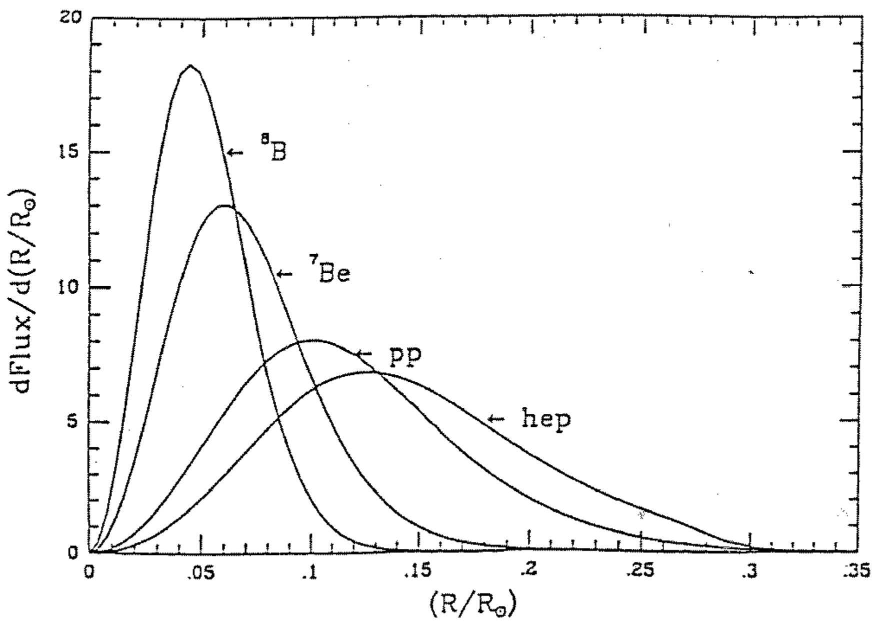


FIG. 4.19 – *Production des neutrinos en fonction du rayon solaire (Bahcall 1989)*

Dans cette thèse nous nous sommes intéressés à la sensibilité des flux de neutrinos à certains taux de réactions nucléaires et à la contrainte sismique actuelle (Brun, Turck-Chièze et Morel 1998). L'introduction des nouveaux taux de réactions nucléaires, notamment la réaction (^{7}Be,p) (Adelberger et al. 1998) et d'un écrantage intermédiaire (Mitler 1977), décroissent principalement le flux de neutrinos énergétiques. En effet une comparaison des flux de neutrinos de notre modèle de référence avec ceux de Bahcall et Pinsonneault (1995) montre que nos modèles avec diffusion aboutissent à des prédictions proches des anciens modèles sans diffusion. Le passage d'un écrantage faible à un écrantage intermédiaire réduit respectivement les flux de neutrinos ^{71}Ga, ^{37}Cl, ^{8}B de: 1%, 4.2% et 5%.

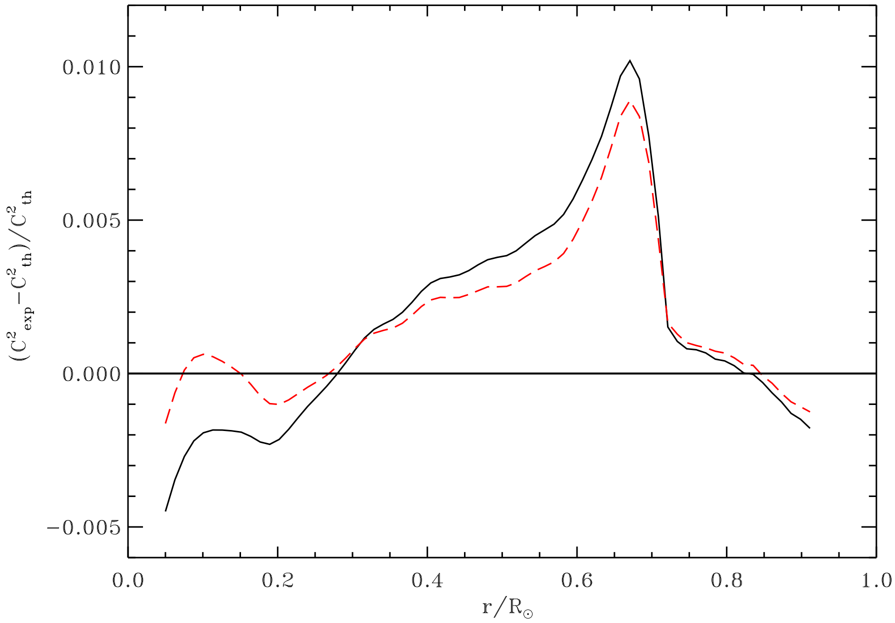


FIG. 4.20 – *Effet des nouveaux taux de réactions nucléaires et de l'écrantage intermédiaire sur le profil de Vitesse du Son: (ligne continue) (Adelberger et al. 1998 et Mitler 1977), (- - -) (Caughlan et Fowler 1988 et Salpeter 1954)*

Le profil de vitesse du son est lui aussi modifié par l'introduction des nouveaux taux et pas seulement dans le cœur (voir fig 4.20). La raison principale de ce changement de structure, vient de la réduction de 1.7% du facteur astrophysique S_{11} par rapport à l'ancienne valeur de Caughlan et Fowler (1988), ce qui modifie l'énergétique de l'étoile. Il est intéressant de remarquer, que l'héliosismologie devient sensible à une modification faible des taux de réactions nucléaires de (p,p) et même de (^{3}He,^{4}He) (voir Brun, Turck-Chièze et Morel 1998). Dans la table 4.7 nous représentons le flux détaillé correspondant à notre modèle de référence. On constate que pour les détecteurs basés sur le chlore et le gallium, les neutrinos du ^{8}B et du ^{7}Be contribuent grandement. Nous reviendrons sur les directions possibles à suivre pour le problème des neutrinos chapitre 5.

TAB. 4.7 – *Flux de neutrinos du modèle standard.*

	ν_{pp}	ν_{pep}	ν_{be7}	ν_{b8}	ν_{n13}	ν_{o15}
production/s	1.683D+38	3.964D+35	1.322D+37	1.354D+34	1.312D+36	1.117D+36
Sur Terre /cm^2/s	5.985D+10	1.409D+08	4.700D+09	4.816D+06	4.665D+08	3.972D+08
^{71}Ga (SNU)	7.062D+01	3.030D+00	3.417D+01	1.185D+01	2.883D+00	4.607D+00
^{37}Cl (SNU)	0.000D+00	2.255D-01	1.119D+00	5.490D+00	7.743D-02	2.625D-01

4.6 Conclusion

Notre étude du modèle de référence nous a appris que la diffusion microscopique était nécessaire mais pas suffisante pour obtenir un modèle solaire en accord avec toutes les contraintes expérimentales et observationnelles. La validation de notre modèle de référence par plusieurs intercomparaisons, notamment avec J. Christensen-Dalsgaard, J. N. Bahcall, M. Pinsonneault et G. Michaud, nous permet d'être confiant en nos résultats et ainsi de se servir de ce modèle comme point de départ de notre étude des processus microscopiques et macroscopiques présents dans le Soleil. Les améliorations de la composition de surface de l'hélium et de la base de la zone convective sont encourageantes et confirment le bien fondé du modèle standard solaire. De plus, l'introduction de la diffusion racourcit l'âge des étoiles et va dans le sens d'une meilleure datation des amas globulaires. Par contre le flux de neutrinos solaires même réévalué, reste toujours trop important et l'abondance en surface d'hélium est en fait un peu trop faible avec un modèle diffusif pur, sans parler de l'abondance de lithium qui n'est pas du tout maitrisée. Il semble donc qu'il y ait d'autres processus physiques à rajouter en plus de la diffusion microscopique. La bosse près de 0.68 $R_\odot$ sur la différence du carré de la vitesse du son (c.f fig 4.8) et le profil de rotation (c.f fig 3.8), semblent indiquer qu'un processus lié à la rotation joue peut être un rôle. Dans les chapitres suivants nous étudions la sensibilité du modèle solaire de référence en modifiant les ingrédients microscopiques le composant ainsi qu'en introduisant des processus macroscopiques dans des modèles plus sophistiqués.

Au chapitre 5, nous évaluons notre véritable connaissance du cœur nucléaire et testons des solutions au problème des neutrinos solaires venant de l'astrophysique et de la physique nucléaire. Au chapitre 6, nous testons la sensibilité et l'accord en $\delta c^2/c^2$ du modèle de référence à des changements d'opacités ou de diffusion microscopique. Le chapitre 7, est consacré à l'étude de la transition zone radiative/zone convective et à notre compréhension actuelles des abondances chimiques solaires. Puis, nous continuons par l'étude des couches externes dite superadiabatiques en tentant d'évaluer leur impact sur la prédiction en valeur absolue des modes acoustiques. Et finalement, nous concluons le chapitre 9 sur ce que nous a appris notre étude du Soleil.

Chapitre 5

Quelles Contraintes sur le Cœur Nucléaire?

Sommaire

5.1 Introduction 91
5.2 Connaissance du Cœur 92
5.3 Mélange du Cœur 95
5.4 Modèle Minimal Nucléaire 97
5.5 Conclusion 105

5.1 Introduction

Durant cette thèse nous avons porté beaucoup d'intérêt au cœur nucléaire du Soleil et à l'apport scientifique des données GOLF sur cette région. Celle-ci reste la moins contrainte sismiquement, tout en étant directement liée à la production énergétique de l'étoile et au flux de neutrinos. Il est donc capital de bien la décrire.
Dans ce chapitre, nous présentons deux modèles solaires dont la particularité est d'avoir un cœur modifié et d'améliorer l'accord théorie-expérience vis à vis des neutrinos solaires. Ces modèles testent des solutions venant de l'astrophysique (cœur mélangé) ou de la physique nucléaire (nucléaire minimal). Pour que ces solutions aient un intérêt, il est nécessaire que l'accord vis à vis des contraintes résumées table 4.3, soit aussi correct que le modèle de référence décrit au chapitre 4. Nous nous servirons donc des résultats de notre modèle de référence ainsi que de l'héliosismologie pour progresser dans notre compréhension du centre du Soleil et déterminer s'il y a une solution venant du modèle solaire au problème des neutrinos solaires. Cette étude a fait l'objet de publications connexe à l'article Brun, Turck-Chièze et Morel (1998):

– Turck-Chièze, S., Basu, S., Brun, A. S., Christensen-Dalsgaard, J. & al. 1997, "First View of the Solar Core from Golf Acoustic Modes", Solar Physics, 175, 43, (Special volume: First SOHO results)

– Turck-Chièze, S. and Brun, A. S. 1997, "Spatial Seismic Constraints on Solar Neutrino Prediction", in W. Hampel (ed.), Fourth International Neutrino Conference, 41.

Nous commençons par présenter la connaissance actuelle de la partie centrale de notre étoile, puis nous analysons les deux modèles au cœur modifiés.

5.2 Connaissance du Cœur

5.2.1 Réactions Nucléaires

Les réactions nucléaires et l'écrantage coulombien jouent un rôle capital dans la description du cœur nucléaire des étoiles. La précision à laquelle ces ingrédients physiques sont connus, détermine la qualité de notre modélisation des parties centrales et influence nos prédictions de flux de neutrinos (Dzitko et al. 1995 et Castellani et al. 1993). Il est important de rappeler que le flux de neutrinos solaires peut être très sensible à la température centrale, notamment pour ^7Be et ^8B (Bahcall et Ulmer 1996):

$$\nu_{pp} \propto T_c^{-1.1\pm1} \ , \ \ \nu_{^7Be} \propto T_c^{10\pm2} \ , \ \ \nu_{^8B} \propto T_c^{24\pm5} \tag{5.1}$$

Une réduction d'un facteur 2 du flux de neutrinos venant du ^8B revient donc à une diminution d'environ 2% de la température centrale. Le cumul de toutes nos incertitudes théoriques et expérimentales nous permet-il de contraindre la température centrale à mieux que 2%? La récente revue sur les taux de réactions nucléaires d'Adelberger et al. (1998) nous donne les incertitudes des taux de réactions intervenant dans les chaînes PP et le cycle CNO. La table 5.1 les récapitule:

TAB. 5.1 – *Incertitudes des facteurs astrophysiques nucléaires S(E) pour les chaînes PP et le cycle CNO.*

Reaction	S(0) (MeV barn)	Erreur
^{1}H(p,e$^+$ ν)^{2}H	$4.00\ (1\pm0.007^{+0.02}_{-0.011})\ 10^{-25}$	+2.1% -1.3%
^{3}He(^{3}He,2p)^{4}He	5.4 ± 0.4	± 7.4%
^{3}He(α,γ)^{7}Be	$(5.3 \pm 0.5)\ 10^{-4}$	± 9.4%
^{7}Be(p,γ)^{8}B	$1.9^{+0.8}_{-0.4}\ 10^{-5}$	+42% -21%
^{14}N(p,γ)^{15}O	$3.5^{+0.4}_{-1.6}\ 10^{-3}$	+11.4% -45.7%

Parmi toutes ces réactions, la réaction ^{7}Be(p,γ)^{8}B joue un rôle direct sur la prédiction du flux de neutrinos à haute énergie détecté par SuperKamiokande (Fukuda et al. 1998) et par Homestake (Davis 1994). Il est donc impératif de la connaître avec précision. Récemment, une expérience a réevalué la section efficace de cette réaction (Hammache et al. 1998), confirmant les résultats de (Filippone et al. 1983), mais pas des expériences antérieures (voir Adelberger et al. 1998). La figure 5.1 représente le facteur d'astrophysique $S_{17}(E)$ pour deux séries de la même expérience (1995 carré plein et 1996 rond plein), ainsi que les précédentes expériences (Hammache et al. 1998 et les références incluses). On remarque clairement deux groupes de données introduisant deux valeurs distinctes pour S(0), ce qui est plutôt gênant vu l'importance de cette réaction pour le flux des neutrinos. Contrairement à l'expérience mesurant $^3He(^3He,2p)^4He$ au pic de Gamov (voir fig 4.3), celle-ci n'est pas dominée par une erreur venant des effets coulombiens expérimentaux mais par l'extrapolation à basse énergie et la connaissance des fonctions d'ondes du ^7Be et du ^8B (voir tableau 5.2 où plusieurs modèles théorique sont utilisés), en plus des difficultés expérimentales inhérentes à la détermination des sections efficaces. La conséquence est que l'incertitude sur cette réaction est la plus importante de toutes celles intervenant dans les chaînes PP (voir table 5.1).

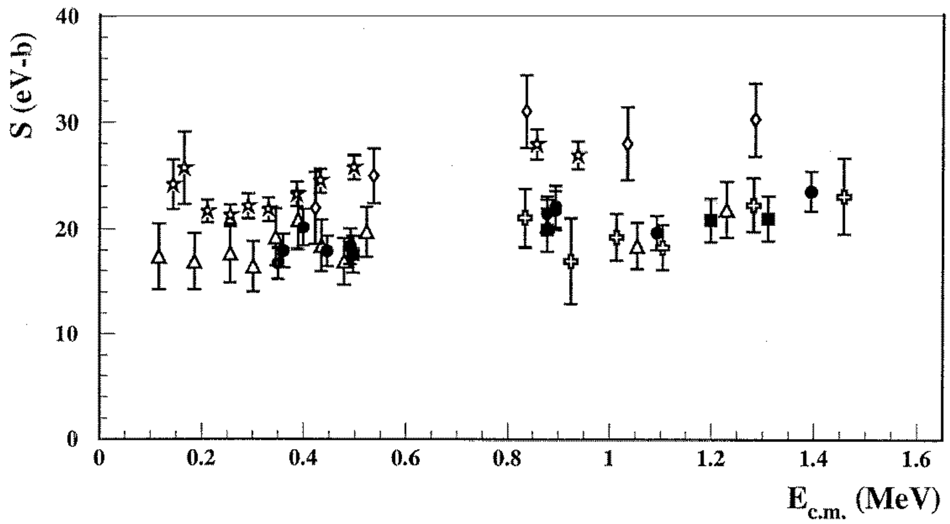


FIG. 5.1 – *Facteur Astrophysique S(E) pour la réaction $^7Be(p,\gamma)^8B$ déduit de plusieurs expériences (voir Hammache et al. 1998)*

Il est donc intéressant d'étudier la sensibilité des parties centrales a une variation à l'intérieur des barres d'erreurs de ces taux de réactions et ainsi de quantifier leur effet sur le flux de neutrinos.

5.2.2 Contraintes Sismiques

Comme autre sonde du cœur nucléaire, il y a les modes acoustiques de bas degré. La figure 5.2 représente la cavité résonnante pour un rayon inférieur à 0.3 $R_\odot$. On remarque que seuls les plus bas degrés $l < 4$ pénetrent en dessous de 0.1 $R_\odot$. Il y a donc peu de modes acoustiques pour bien décrire ses régions très centrales (voir Lopes 1994).

En plus, comme on peut le voir figure 5.3, où l'on a tracé le rayon acoustique solaire

TAB. 5.2 – *Extrapolation de $S_{17}(0)$ à partir de plusieurs modèles théoriques.* [a] *ajustement aux données de 0. à 0.5 MeV et* [b] *de 0. à 1.4 MeV*

Modèles	$S_{17}(0) \pm \delta S_{17}(0)$ (eV barn)	χ^2_{min}
Johnson	18.4 ± 1.1	3.5
Descouvemont	18.6 ± 1.1^a	3.5
	18.5 ± 1.0^b	7.8
Csótó	20.0 ± 1.1^a	3.5
Barker	18.6 ± 1.1^a	4.5
	18.1 ± 1.0^b	11.7
Nunes	16.6 ± 1.0^a	4.0

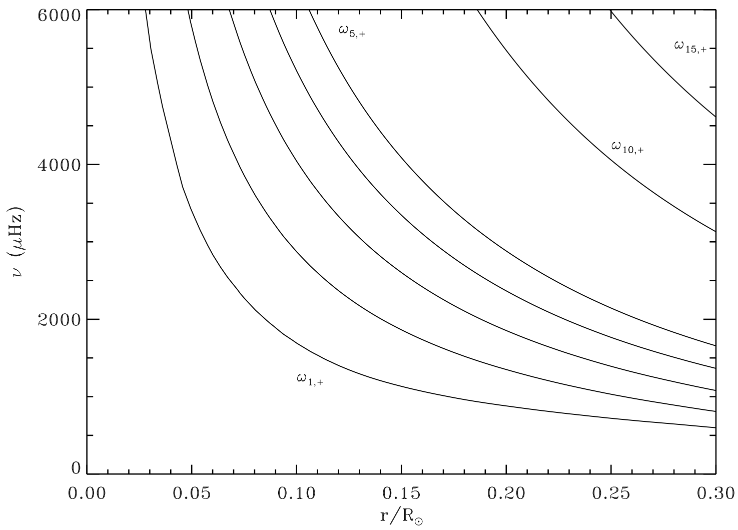


FIG. 5.2 – *Zoom sur la région nucléaire du diagramme de propagation des ondes acoustiques pour l=1,2,3,4,5,10 et 15.*

(temps mis par une onde acoustique pour atteindre une profondeur donnée dans une étoile), les ondes acoustiques passent moins de 10% de leur trajet dans les parties centrales. Le nombre de modes se propageant dans cette région est donc faible et peu sensible vis à vis du temps de propagation aux propriétés du cœur. Pour avoir une précision suffisante dans les inversions de la vitesse du son, il est donc nécessaire de collecter le plus possible de modes de bas degré. Actuellement, GOLF en a détecté près de 100, améliorant sensiblement la précision de l'inversion dans cette région (Turck-Chièze et al. 1997).

Il est à noter, que l'inversion (via $H_1(\omega)$ défini au chapitre 3 à la section 3.5.3) est trés sensible à la bonne détermination des modes de bas degré dans le cœur et des effets systématiques peuvent avoir des conséquences importantes sur l'inversion de la vitesse du son très centrale. De plus, contrairement aux neutrinos, la vitesse du son dépend faiblement de la température ($c_s^2 \propto T/\mu$), et un changement de conditions centrales implique par calibration du modèle un

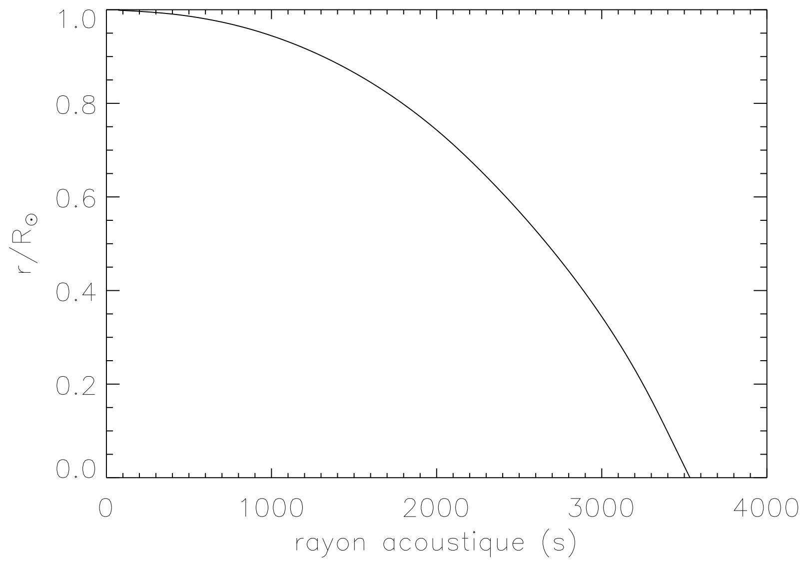


FIG. 5.3 – *Rayon acoustique.*

changement de composition chimique. Comme la variation de c_s^2 dépend de la différence de la variation de la température et du poids moléculaire moyen, les effets peuvent se compenser. Il est donc important quand on étudie les régions centrales du Soleil de s'assurer que toutes ces incertitudes sont prises en compte.

5.3 Mélange du Cœur

5.3.1 Description du Modèle

Afin de résoudre le problème des neutrinos solaires et des abondances de surface, la présence d'instabilités dans l'intérieur des étoiles a souvent été évoquée (Schatzman et Maeder 1981, Lebreton et Maeder 1987, Pinsonneault et al. 1989, Zahn 1992, Charbonnel et al. 1992, Morel et Schatzman 1996). Parmi ces solutions, certaines ont été rejetées à partir de critères physiques, tel que l'inhibition de la turbulence par le gradient de composition chimique. Plus récemment les ondes de gravité progressives ont été invoquées pour le transport des éléments chimiques et du moment cinétique (Schatzman 1993) ou seulement du moment cinétique (Press 1981, Kumar, Quataert et Bahcall 1997 et Zahn, Talon et Mathias 1997), leur étude est toujours d'actualité. Parmi toutes ces possibilités, celle d'un changement d'équilibre du pic ^{3}He localisé près de 0.3 $R_\odot$ (voir fig 4.6), nous a semblé intéressante. Il est important de noter que l'abondance d'hélium 3 dans cette partie de l'étoile représente $\sim$ 1% de l'abondance d'hélium 4 et 3.1 10^{-3} de l'abondance totale. Un changement de son abondance aura pour effet de modifier la production d'énergie des chaînes PP, puisqu'il y participe à plus de 80% (voir tableau 2.4) et aura pour conséquence de réduire la température centrale et le flux de neutrinos. À partir du travail de Morel et Schatzman (1996), nous avons calculé des modèles *ad hoc* pour simuler du mélange par ondes internes en introduisant un terme de diffusion turbulente dans l'équation de diffusion (voir Chapitre 4). Le coefficient D_T a pour expression (avec $D_0 \in [10^2, 10^4]$ cm^2 s^{-1}, $r_0 \in [0.2, 0.3]$ et $\sigma \in [0.02, 0.04]$):

$$D_T = D_0 * \exp^{-0.5((r-r_0)/\sigma)^2} \tag{5.2}$$

5.3.2 Analyse des Résultats

Nous représentons figure 5.4, la différence du carré de la vitesse du son entre un modèle mélangé (avec $D_0 = 1000$ cm^2 s^{-1}, $r_0 = 0.23$ et $\sigma = 0.04$) et le Soleil (GOLF+LOWL). Il est clair, qu'en comparaison avec le modèle de référence (trait continu) le résultat n'est pas satisfaisant sismiquement, sans pour autant réduire suffisament le flux de neutrinos: $^{71}Ga = 119.9$ SNU (-5.8%), $^{37}Cl = 5.64$ SNU (-21.4%) et $^{8}B = 3.63\ 10^{-6} cm^{-2} s^{-1}$ (-24.7%), et la température centrale par -1.4%. Sur la figure 5.5 nous avons représenté le pic d'hélium3 pour les deux modèles. On aperçoit nettement l'effet de la diffusion turbulente sur la hauteur du pic et son profil d'équilibre et l'impact de cette modification sur le profil de vitesse du son via le poids moléculaire moyen.

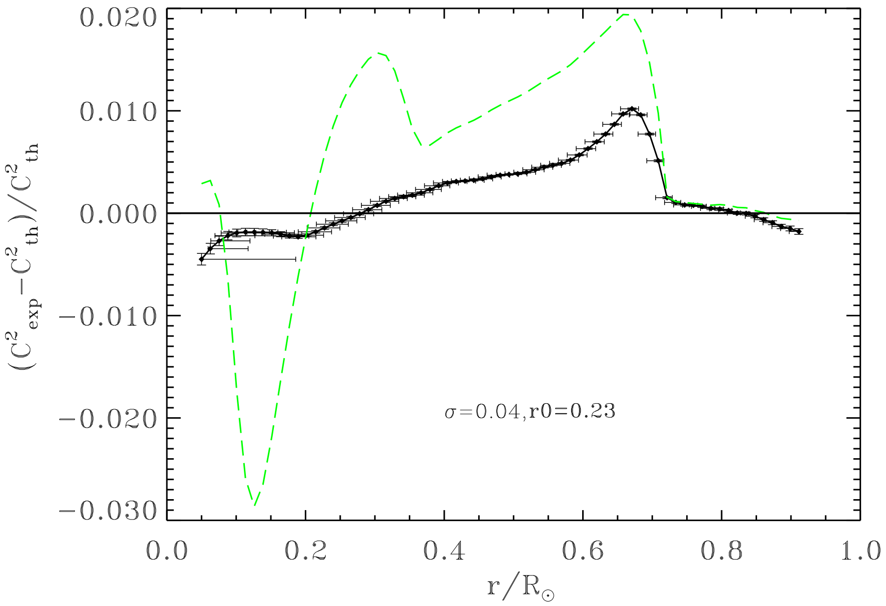


FIG. 5.4 – *Effet d'un mélange près du pic ^{3}He sur le profil de Vitesse du Son (- - -) comparé au modèle standard (ligne continue).*

À partir des différents modèles calculés, nous sommes arrivés aux conclusions suivantes avec notre modèle de mélange du cœur (voir aussi Richard et Vauclair 1997):

- l'hélium photosphérique est légérement augmenté,
- le flux de neutrinos pour les détecteurs au chlore et à l'eau sont réduits conséquement (-30%) qu'au prix d'une forte dégradation du profil de vitesse du son
- le profil de vitesse du son est d'autant plus dégradé que la réduction du flux est importante

Au vu de ces résultats, il semble difficile de concilier un mélange turbulent intense dans la zone radiative pour expliquer l'absence de neutrinos dans les détecteurs, avec les résultats

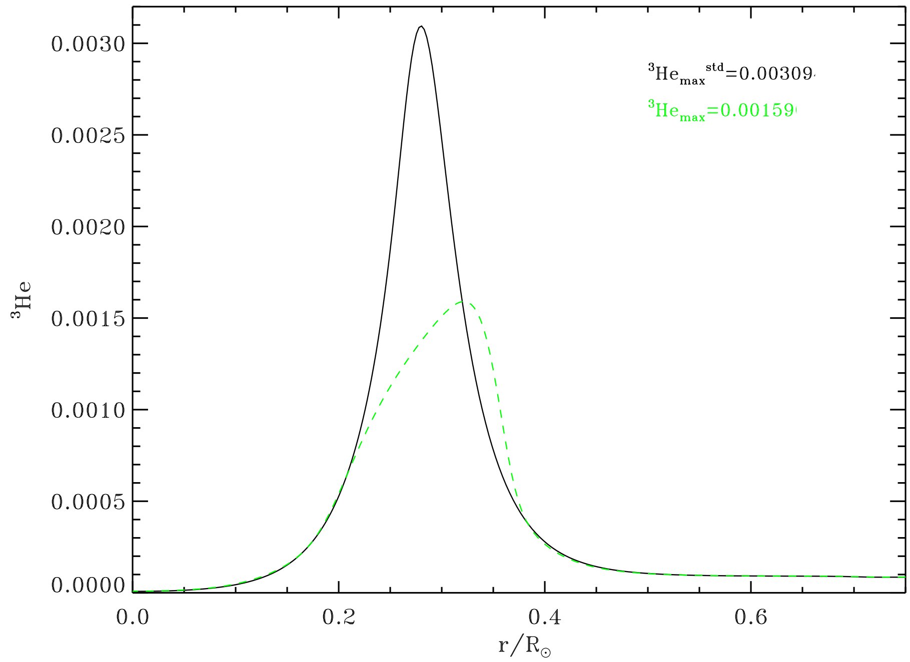


FIG. 5.5 – *Effet d'un mélange localisé sur le pic ^3He*

sismiques. Bien sûr cette étude nécessite d'être reprise plus rigoureusement en incluant une dépendance temporelle du coefficient et une étude rigoureuse du moment cinétique.

5.4 Modèle Minimal Nucléaire

5.4.1 Description du Modèle

À partir des nouveaux taux de réactions nucléaires, nous avons construit un modèle minimal nucléaire. Nous l'appelons ainsi car nous avons modifié les taux de réactions nucléaires à l'intérieur de leurs barres d'erreurs de manière à obtenir le flux de neutrinos le plus faible, tout en conservant la contrainte de luminosité ($L = L_\odot$) (Turck-Chièze et Lopes 1993 et Dzitko et al. 1995). Notre modification correspond à: S_{11} +2.2%, S_{33} +8%, S_{34} -10% et S_{17} -20%. Nous n'avons changé que les facteurs astrophysiques des chaînes PP, en jouant sur les rapport de branchement des trois chaînes, et en modifiant ainsi surtout les neutrinos venant du ^{7}Be et ^{8}B. Un modèle totalement "minimal", consisterait à réduire également les flux de neutrinos des réactions nucléaires du cycle CNO. Comme la contribution énergétique de ce cycle dans notre modèle de référence n'est que de 1.26%, une erreur même de 10% sur l'un des taux n'a qu'un petit impact sur la prédiction du flux de neutrinos.

5.4.2 Analyse des Résultats

Nous représentons sur la figure 5.6 la différence du carré de la vitesse du son entre le Soleil, le modèle de référence et le modèle minimal nucléaire. On remarque que le profil est légérement amélioré dans la zone radiative et plus franchement dans le cœur. La raison principale de ce changement vient de l'augmentation de S_{11} dont la valeur est un peu plus

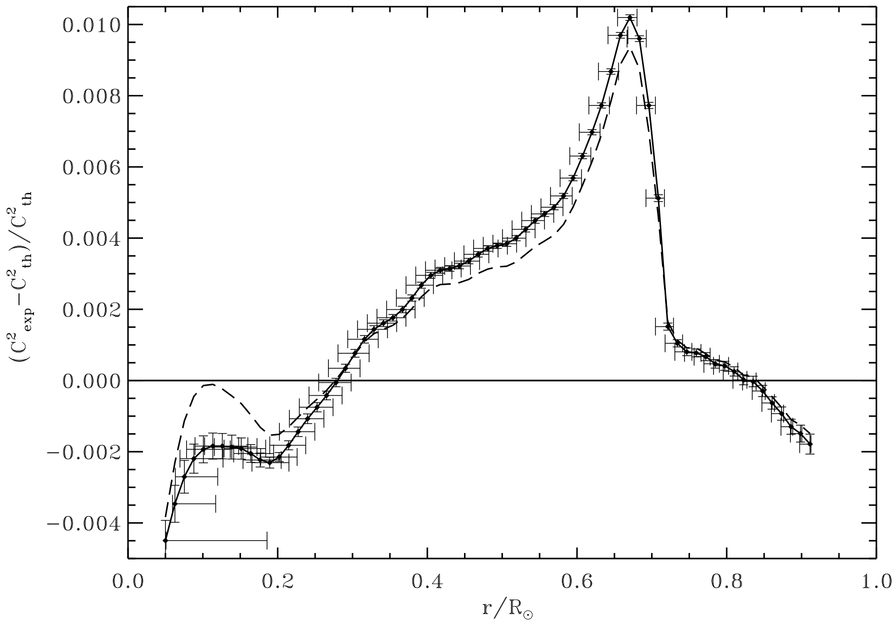


FIG. 5.6 – *Effet d'une modification des taux de réaction sur le profil de Vitesse du Son (- - -) comparé au modèle standard (ligne continue).*

importante que celle de Caughlan et Fowler (1988), dont on peut voir la similitude de profil avec la courbe figure 4.20. La vitesse du son permet donc de tester la valeur de S_{pp} et à moindre degré celle de S_{34}, mais elle n'est évidemment pas sensible à S_{17} qui n'agit pas sur la structure de l'étoile.

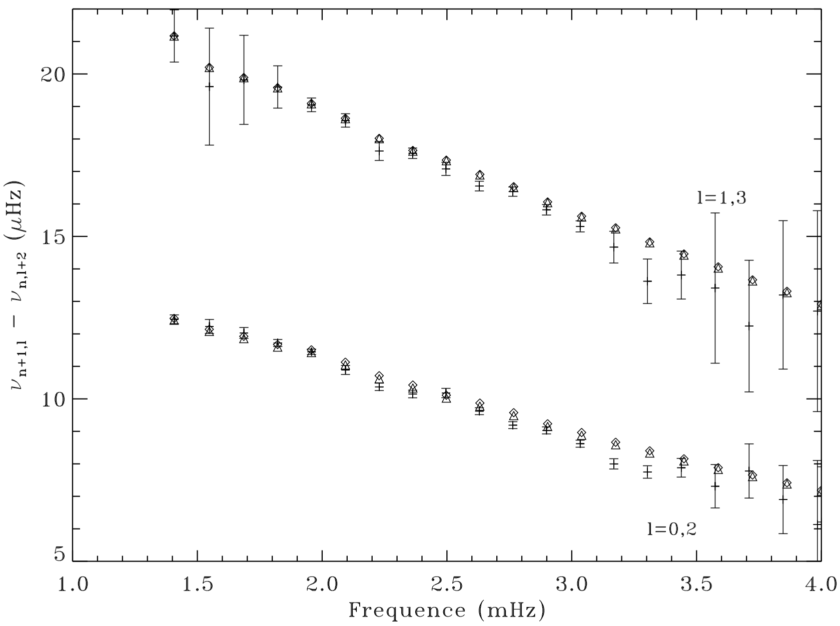


FIG. 5.7 – *Petite différence des modes p pour $l = 0, 2$ et $l = 1, 3$: Données GOLF (Lazrek et al. 1997) croix + barres d'erreurs, modèle de référence diffusif (losange) et modèle minimal nucléaire (triangle)*

L'impact sur les modes acoustiques de cette modification du cœur est faible ($\sim 0.2\mu$Hz),

même s'il semble que cela va aussi dans la bonne direction, comme le montre la figure 5.7, où l'on a représenté pour le modèle de référence, le modèle minimal nucléaire et les données GOLF (Lazrek 1997), la petite différence δ_{nl} pour $l = 0, 2$ et $l = 1, 3$.
Par contre, l'effet sur les neutrinos est notable (voir table 5.3), où l'on obtient une réduction de -6.5 % pour ^{71}Ga, -28% pour ^{37}Cl, -33% pour ^{8}B, tout en conservant un bon accord avec les contraintes venant de l'héliosismologie. Pour les deux derniers flux c'est une réduction de la moitié du désaccord théorie-expérience. Sur la figure 5.8 on voit clairement que le flux détecté actuellement par les expériences GALLEX et SAGE ne permet pas de trancher net entre les solutions astrophysiques liées à une méconnaissance du cœur solaire et la solution des neutrinos massifs, puisqu'il est supérieur à la production de neutrinos venant directement de (p,p) (voir tables 4.7 et 5.4 colonne pp, ligne ^{71}Ga). Il est donc toujours d'actualité de rechercher des solutions au problème des neutrinos solaires autres que celles émanant de la physique des particules.

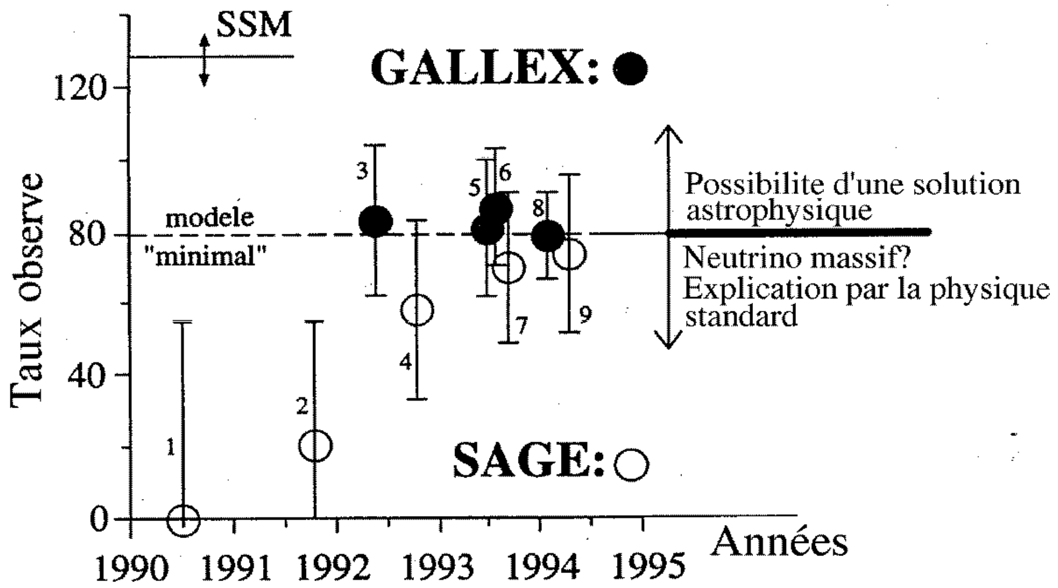


FIG. 5.8 – *Évolution temporelle des résultats des expériences GALLEX et SAGE sur le flux de neutrinos (adapté de Klapdor-Kleingrothaus et Zuber 1996)*

5.4.3 La Problématique des Neutrinos Solaires

On peut voir sur la table 5.4 (chiffres en "gras"), que la contribution au flux total des flux de neutrinos du ^{7}Be et ^{8}B est importante et qu'une réduction significative de ce flux, irait dans le sens d'une meilleure compatibilité avec les expériences. Il est donc intéressant de savoir si on connait théoriquement et si on contraint héliosismiquement bien ses deux flux. Les solutions venant des oscillations des neutrinos (Bahcall, Krastev et Smirnov 1998) favorisent un tel scénario, où ses deux flux sont abaissés. La présence d'une oscillation, c'est à

TAB. 5.3 – *Quantités thermodynamiques et prédictions du flux de neutrinos du modèle minimal nucléaire. Variables identiques à la table 4.4.*

Paramètres	modèles	
	référence	Min Nuc
Opacités	OPAL/K 5800	OPAL/K 5800
Diffusion	oui	oui
α	1.84	1.85
Y_0	0.273	0.273
Z_0	$1.964\ 10^{-2}$	$1.96\ 10^{-2}$
$(Z/X)_0$	0.0277	0.0277
Y_s	0.243	0.244
Z_s	0.0181	0.01809
$(Z/X)_s$	0.0245	0.0245
$R_{bcz}/R_\odot$	0.715	0.715
$T_{bcz} \times 10^6$	2.172	2.178
Y_c	0.635	0.631
Z_c	0.02084	0.0208
$T_c \times 10^6 (K)$	15.67	15.61
ρ_c (g/cm^3)	151.85	150.64
^{37}Cl (SNU)	7.18	5.19
^{71}Ga (SNU)	127.2	119.0
^{8}B (10^6/cm^2/s)	4.82	3.21

dire que les neutrinos soient en fait massifs et oscillent d'une saveur à une autre (par exemple $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$) (voir Kuo et Pantaleone 1989, Bahcall 1989, Turck-Chièze et al. 1993) est activement recherchée dans les expériences détectant les neutrinos solaires aussi bien que les neutrinos atmosphériques (résultant de la désintégration des π et K produits dans l'interaction des rayons cosmiques primaires dans la haute atmosphère).

Bahcall, Krastev et Smirnov (1998) et Suzuki (1998), ont récemment fait une revue sur les solutions venant de la physique des particules, au vu des derniers résultats de l'expérience SuperKamiokande (Suzuki et al. 1998). Bahcall, Krastev et Smirnov (1998) proposent plusieurs solutions, selon que l'on considère l'effet MSW (Mikheyev et Smirnov 1986 et Wolfenstein 1978) ($\Delta m^2 = 5 \times 10^{-6} eV^2$, $\sin^2 2\theta = 5.5 \times 10^{-3}$) ou l'oscillation dans le vide (Bilenky et Pontecorvo 1978) ($\Delta m^2 = 6.5 \times 10^{-11} eV^2$, $\sin^2 2\theta = 0.75$), à partir d'un modèle solaire aux flux de neutrinos réactualisés (Bahcall, Basu et Pinsonneault 1998) en accord avec nos

TAB. 5.4 – *Flux de neutrinos du modèle minimal nucléaire.*

	ν_{pp}	ν_{pep}	ν_{be7}	ν_{b8}	ν_{n13}	ν_{o15}
production/s	1.702D+38	3.995D+35	1.139D+37	9.049D+33	1.253D+36	1.055D+36
Sur Terre /cm^2/s	6.051D+10	1.421D+08	4.051D+09	3.218D+06	4.455D+08	3.751D+08
^{71}Ga (SNU)	7.140D+01	3.054D+00	**2.945D+01**	**7.915D+00**	2.753D+00	4.351D+00
^{37}Cl (SNU)	0.000D+00	2.273D-01	**9.641D-01**	**3.668D+00**	7.396D-02	2.479D-01

prédictions (Brun, Turck-Chièze et Morel 1998). Actuellement les contraintes expérimentales sur la masse des trois saveurs de neutrinos sont: $m_{\nu_e} < 3.4$ eV, $m_{\nu_\mu} < 170$ keV et $m_{\nu_\tau} < 18.2$ MeV (Particle Data Group).

Ce qui permettra de différencier franchement les solutions entre elles (effet MSW, oscillation dans le vide, physique nucléaire, astrophysique), c'est la manière dont le spectre en énergie des neutrinos solaires est ou non déformé. C'est pourquoi d'autres expériences à hautes statistiques comme Borexino mesurant principalement le flux de neutrinos du ^{7}Be à 862 keV, ou SNO qui pourra détecter pour les neutrinos du ^{8}B en plus des courants chargés habituels (i.e $\nu_e + d \rightarrow e + p + p$), les courants neutres (i.e $\nu_x + d \rightarrow \nu_x + p + n$) sont sur le point de démarrer. L'expérience SNO permettra ainsi d'obtenir le flux de neutrinos électroniques et celui indépendant de saveur (Bahcall 1989 et Turck-Chièze et al. 1993). Ces différentes expériences complémentaires préciseront les flux aux intervalles d'énergie important et mettront peut être en évidence les oscillations. Une troisième génération d'expériences, HELLAZ (Tao 1997) et LENS (Raghavan 1997), va essayer d'obtenir le spectre en énergie du flux de neutrinos pour pp et ^{7}Be, représenté théoriquement dans le cadre du modèle standard figure 1.2. Il est important de noter, que pour rendre compatible les différentes expériences concernant les neutrinos (d'origine solaire, atmosphérique ou venant de réacteurs nucléaires), une quatrième saveur (le neutrino stérile ν_s) soit nécessaire et que de toutes, la solution d'oscillation dans le vide soit favorisée (Valle 1998). Il n'y a donc pas à ce jour de solutions définitives au problème des neutrinos émanant de la physique des particules.

Pour revenir au problème des neutrinos solaires et à la remarque concernant le ^{7}Be, une autre possiblité est envisageable. Elle part du constat que l'abondance de ^{7}Be (trés faible $< 2\ 10^{-11}$ en masse) dans le Soleil n'est peut être pas aussi bien connue que ce que l'on détermine par une vision standard de notre étoile (Turck-Chièze et al. 1998b). En effet une diminution de l'abondance du ^{7}Be, actuellement déduite d'une description classique des modèles solaires, irait dans le sens de réduire encore plus le flux de neutrinos de nos modèles sans en changer la structure sismique. Une telle modification doit se faire dans la limite de la valeur de 2.44 10^6 $cm^2 s^{-1}$ détecté par SuperKamiokande pour le flux de ^{8}B. Or il reste, dans le cas par exemple du modèle minimal, un désaccord de $\sim 32\%$, ce qui correspond donc à la variation maximale possible pour l'abondance du ^{7}Be (directement reliée au flux de neutrinos du ^{8}B). Cette réduction implique une baisse du même ordre de grandeur pour l'expérience Homestake (i.e $\sim$ 3.8 SNU) mais plus faible pour les expériences GALLEX et SAGE (i.e $\sim$ 107 SNU). On voit donc, qu'une réduction du flux de neutrinos du modèle standard proche des expériences, sans modifier le bon accord avec la vitesse du son déduite de l'héliosismologie est possible, et est actuellement à l'étude dans notre groupe.

5.4.4 Modes de gravité et Fréquence de Brunt-Väisälä

Il semble tout de même nécessaire au vu des résultats de ce chapitre et de ceux du chapitre suivant (Brun et al. 1997 et Brun, Turck-Chièze et Morel 1998), d'introduire un deuxième indicateur permettant de discriminer les processus physiques. Ici nous proposons les modes de gravité et la fréquence de Brunt-Väisälä (voir fig 5.12). Pour l'instant la recherche de modes de gravité est en cours et deux candidats ont été proposés par notre équipe (Gabriel et al. 1998). Les fréquences de ces deux canditats sont respectivement de 220.65 et 251.85 μHz et sont *a posteriori* proches des prédictions théoriques du modèle de référence et du modèle minimal nucléaire pour les modes g de degré $l = 2$ (i.e $< 2\mu$Hz), bien qu'aucun modèle ne puisse être préféré. Leur composante $m = \pm 2$ montrent un espacement rotationnel proche également des prédictions théoriques (Provost, Berthomieu et Morel 1998). Nous représentons figure (5.9) les fonction d'ondes correspondant à ces deux canditats ($l = 2$ et $n = 2$ et 3). On voit qu'ils ne sont pas aussi confinés dans le cœur que celui représenté chapitre 3 ($l = 2$ et $n = 10$), ce qui aide certainement à leur détection.

En attendant des détections plus nettes, il peut être intéressant pour contraindre le cœur mais aussi pour discriminer entre des processus physiques divers, d'utiliser la comparaison de la fréquence de Brunt-Väisälä, inversée à partir des fréquences acoustiques, avec le modèle solaire. Ceci est réalisable, puisqu'il est possible d'inverser n'importe quelle quantité combinaison de c_s et de Γ_1. S. Kosovichev (1993) a calculé une telle inversion (en fait du paramètre $A^* = 1/\Gamma_1 d\ln P/d\ln r - d\ln\rho/d\ln r$) (voir fig 5.10 aimablement prété par S. Kosovichev), à partir de notre modèle de référence. Sur cette figure on constate que mise à part l'oscillation à la base de la zone convective (due à une différence de localisation de celle-ci entre le modèle de référence et le Soleil inversé par GOLF+MDI (Kosovichev 1997)), on peut obtenir une information précise sur le cœur en utilisant cette variable et donc tester nos différents modèles. Il semble cependant que la différence entre le modèle S (Christensen-Dalsgaard et al. 1996) et notre modèle de référence soit comprise dans les barres d'erreur (voir fig 5.11), et ne nous permet pas de conclure définitivement.

Contrairement aux modes acoustiques, les modes de gravité sont très sensibles aux modifications intervenues dans le cœur du Soleil. La comparaison des tables (4.6) et (5.5) montre que la variation pour les modes de bas ordre radial, peut aller jusqu'à -2μHz ce qui correspond à une sensiblité 100 fois supérieure à la sensibilité des modes acoustiques, vu leur faible fréquence (i.e modes g: $2/200 \sim 1\%$ par rapport aux modes p: $0.3/3000 \sim 0.01\%$).

En attendant d'avoir un profil de N^2 expérimental (nous n'avons pa pour l'instant le paramétre A^* correspondant aux données GOLF+MDI), nous avons comparé les N^2 théoriques

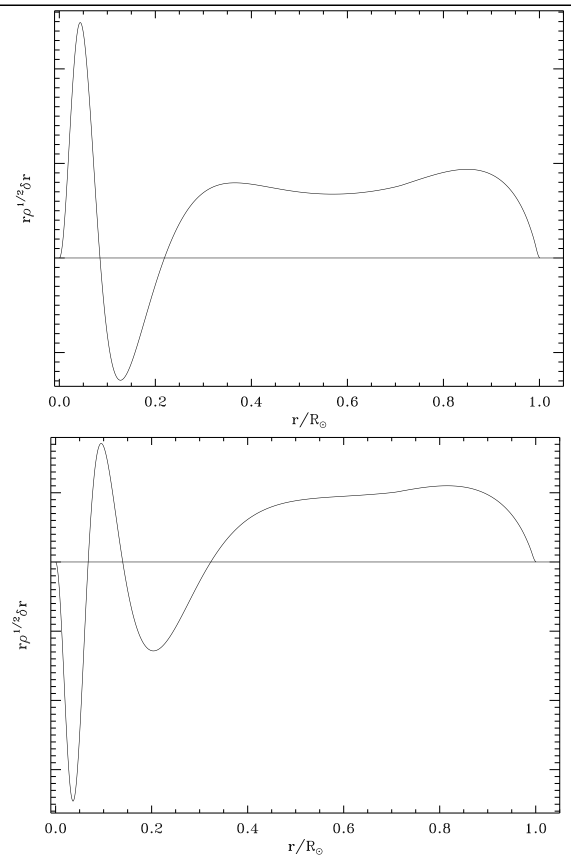


FIG. 5.9 – *Fonctions propres pour les candidats modes g (l=2, n=2 et 3) obtenus à partir du modèle solaire de référence (voir chapitre 4)*

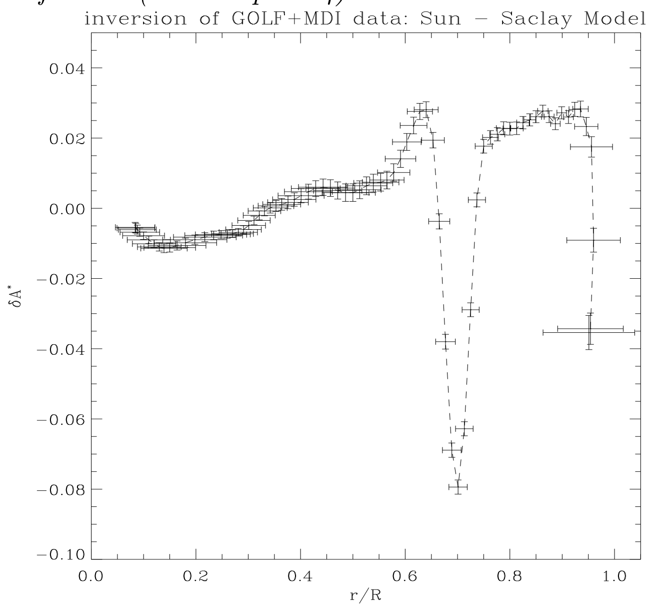


FIG. 5.10 – *Différence de paramètre de stabilité convective A^* entre GOLF+MDI et modèle de référence*

de nos différents modèles afin de tester la sensibilité de cette variable à des modifications de la physique contenue dans les modèles (voir aussi le chapitre 6). La figure 5.12 nous permet de comprendre le sens de variation des fréquences, puisque la fréquence de Brunt-Väisälä

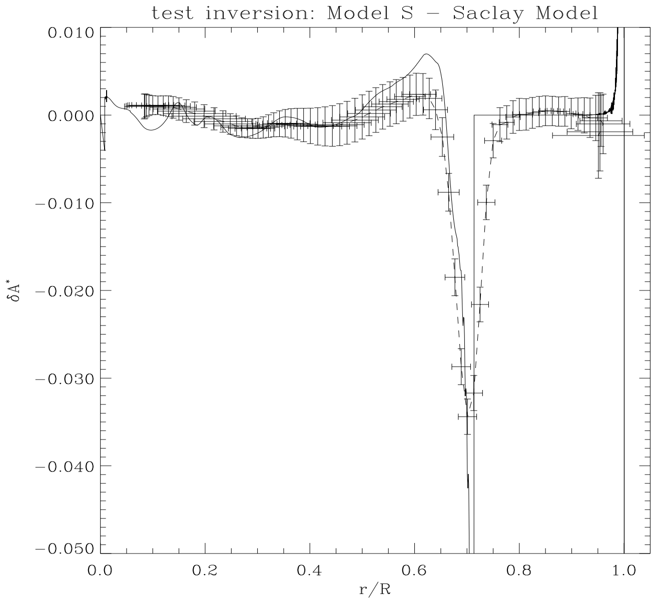


FIG. 5.11 – *Différence de paramètre de stabilité convective A^* entre le modèle de référence et le modèle S (Christensen-Dalsgaard et al. 1996)*

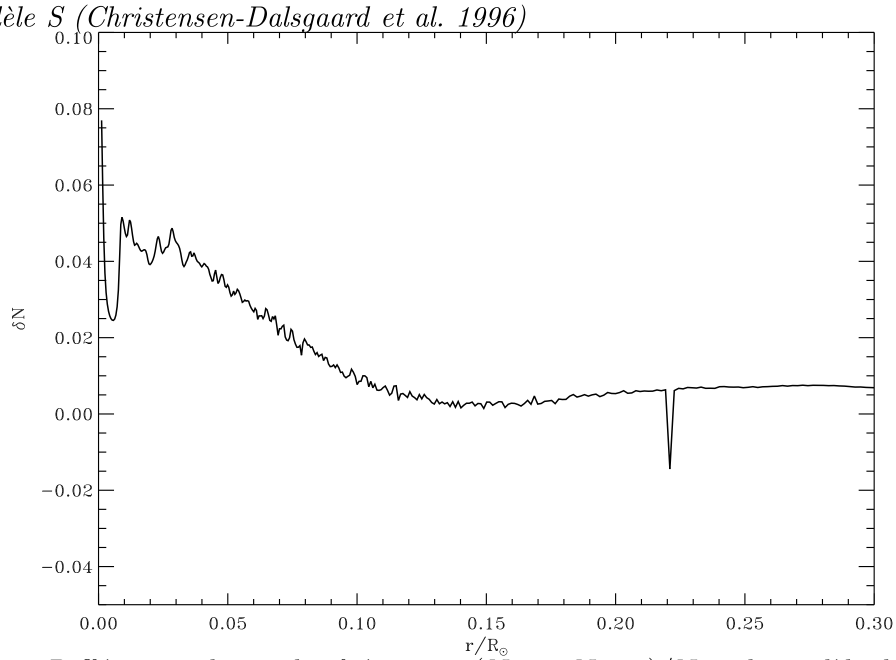


FIG. 5.12 – *Différence relative des fréquences $(N_{std} - N_{minr})/N_{std}$ du modèle de référence et du modèle minimal nucléaire*

est plus petite dans le cas du modèle minimal, d'où une réduction des fréquences des modes de gravité. La comparaison de nos différences relatives de fréquences de Brunt-Väisälä avec la figure (5.10) n'est pas directe. Notre début d'analyse ne nous permet pas pour l'instant de privilégier un modèle par rapport à un autre, l'ordre de grandeur des différence entre les paramètres d'instabilité et l'inversion étant de l'ordre de 2-3 pour mille. Une comparaison fréquence de Brunt-Väisälä et vitesse du son, nous permet donc de caractériser la modification sismique des modèles dans les différentes parties de l'étoile en fonction des ingrédients physiques puisque ces deux indicateurs ne varient pas de la même façon à un changement par exemple d'opacité ou de réaction nucléaire. Bien sûr elle est identique à une analyse en terme de modes acoustiques et de modes de gravité, exceptée que N sort directement du code d'évolution stellaire et qu'il est déjà possible d'obtenir une fréquence de Brunt-Väisälä expérimentale (via l'inversion du paramètre d'instabilité A^* (Kosovichev 1993)).

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous nous sommes intéressés au problème des neutrinos solaires ainsi qu'à une description précise du cœur nucléaire. De cette étude il ressort que le cœur nucléaire n'est pas très contraint en dessous de $0.2R_\odot$ par l'héliosismologie, même si la combinaison de différents indicateurs permet d'être sensible à S_{pp} et plus faiblement à S_{34}. Par contre le profil de vitesse du son ne nous autorise pas une variation de la température centrale de plus de $\sim 1\%$ sans modifier les hypothèse standard du transport d'énergie. Puisque la zone de production des neutrinos de haute énergie n'est que faiblement contrainte par l'héliosismologie, il est possible de modifier les paramètres la décrivant. En faisant cela, nous avons discuté l'effet d'un mélange près du pic de l'hélium 3 et d'un changement de rapport de branchement dans les chaînes PP. À la vue des résultats de ces deux modèles, il ne semble pas qu'un fort mélange local existe dans la région du pic de l'hélium 3, vu qu'une modification de ce pic entraine une forte variation du profil de la vitesse du son dans cette région, mais par contre une modification des sections efficaces de manière à réduire le désaccord théorie-expérience de moitié pour les expériences SuperKamiokande et Homestake est tout a fait possible ainsi que la présence d'un mélange non-local (type ondes internes).

TAB. 5.5 – *Fréquences des modes de gravité (μHz) du modèle minimal nucléaire, obtenues avec le code de Christensen-Dalsgaard (1982).*

n	$l=1$	$l=2$
1	258.3	293.0
2	187.9	252.5
3	150.4	218.9
4	125.2	190.7
5	107.1	167.3
6	93.56	148.3
7	83.04	132.9
8	74.62	120.1
9	67.73	109.5
10	61.95	100.6

Chapitre 6

La Zone Radiative

Sommaire

6.1	**Introduction**	**107**
6.2	**Connaissance de la Zone Radiative**	**108**
6.3	**Modèles Opacités Augmentées et Diffusion Augmentée**	**111**
6.4	**Conclusion**	**117**

6.1 Introduction

La zone radiative du Soleil, s'étend sur plus de 70% en rayon et 98% en masse. Ce seul constat suffit pour réaliser à quel point décrire correctement cette région est crucial. Nous avons vu au chapitre 4, que cette région était particulièrement sensible aux opacités et aux abondances des éléments chimiques (c.f fig 4.7). Nous avons aussi vérifié que la diffusion microscopique améliorait par plus d'un facteur 2 l'accord de la vitesse du son avec le Soleil dans cette région de l'étoile. Dans ce chapitre, nous présentons deux modèles dont on a modifié les processus œuvrant dans la zone radiative, pour améliorer l'accord théorie-expérience vis à vis de l'héliosismologie (i.e vitesse du son, base de la zone convective, hélium de surface). Ces modifications se situent dans la continuité de notre étude des incertitudes théoriques des ingrédients physiques intervenant dans la description du modèle solaire standard. Elles consistent, à modifier l'opacité dans la zone radiative de manière à prendre en compte notre méconnaissance de son calcul théorique ainsi que l'incertitude de l'abondance du plasma solaire (modèle opacités augmentées) et à varier les coefficients de diffusion microscopique dans leur barres d'erreurs théoriques (modèle diffusion augmentée). Nous nous appuierons donc sur les résultats du chapitre 4, sur le diagnostic héliosimique et sur ces deux nouveaux modèles pour déterminer si cette zone de l'étoile est sous contrôle et si les abondances chimiques, les opacités et la diffusion des éléments chimiques sont les seules sources d'incertitudes expliquant le désaccord théorie-expérience observé dans la partie radiative et dans toute l'étoile ou s'il faut invoquer de nouveaux processus physiques tels que les ondes internes ou la présence de mélange lié à la rotation de l'étoile pour réduire ce désaccord. Nous regardons également

l'impact de cette étude sur le flux de neutrinos solaires. Cette étude fait partie de l'article Brun, Turck-Chièze et Morel (1998).
Nous commençons par présenter notre connaissance actuelle de la région intermédiaire de notre étoile, puis nous analysons les deux modèles ayant une zone radiative modifiée.

6.2 Connaissance de la Zone Radiative

Les abondances chimiques et les opacités jouent un rôle important dans notre bonne compréhension et description des régions radiatives des étoiles. La précision avec laquelle on détermine ces ingrédients physiques a un impact direct sur la modélisation des étoiles et donc du Soleil. Nous avons vu chapitre 4, que les abondances ont récemment été réévaluées (Grevesse et Noels 1993), notament celles du fer, du néon, de l'oxygène et du carbone dont le rôle pour les opacités est dominant dans la zone radiative. L'incertitude sur leur abondance reste tout de même d'environ $\pm 15\%$. La figure 6.1 montre l'effet d'une augmentation de 15% de l'abondance de l'oxygène, du néon et des éléments lourds (Rogers 1998). On constate à quel point l'opacité est sensible aux éléments lourds, alors qu'ils ne représentent que 2% en masse de la composition du plasma solaire. Une variation de Z équivaut à une variation pratiquement identique de l'opacité, quant à l'influence de l'oxygène et du néon on remarque qu'elle est de l'ordre de quelques pourcents. Comme on l'a vue chapitre 4 (fig 4.9) entre le modèle diffusif et non-diffusif, une variation de quelques pourcents de l'opacité a un effet direct sur le profil de la vitesse du son et sur la base de la zone convective. D'une manière un peu plus générale, les éléments lourds participent à près de 80% à l'opacité dans la zone radiative (pour $r < 0.7 R_{\odot}$) (voir Courtaud et al. 1990, Richer et al. 1998, Turck-Chièze 1998, Turcotte et Christensen-Dalsgaard 1998) et une variation de leur composition chimique affecte donc directement la structure du Soleil dans des proportions qui dépassent largement la précision obtenue avec l'héliosismologie (Gabriel 1997, Brun, Turck-Chièze et Morel 1998). Il est donc capital de comprendre ce que nous apprend l'héliosismologie vis à vis des abondances chimiques des éléments lourds et sur l'opacité.

Aprés avoir rappelé le rôle de l'abondance chimique des éléments lourds dans l'opacité, on comprend facilement, l'importance de leur détermination précise si l'on veut traiter convenablement le transport de l'énergie par rayonnement et donc décrire correctement la structure thermodynamique de l'étoile dans cette région.
Une autre source d'incertitude vient du calcul théorique de l'opacité et de la bonne prise en compte des degrés d'ionisation des éléments lourds (principalement ceux du pic du fer) et de leur impact sur les transitions liées-liées. Ces effets sont directement reliés à l'équation d'état utilisée pour modéliser le plasma solaire et influence l'opacité au niveau de quelques pourcents (Iglesias et Rogers 1996, Rogers 1998). La variable la plus adéquate pour caractériser le degré d'ionisation des atomes est le coefficient adiabatique Γ_1. Nous avons déjà vu (fig 4.9) que cette variable via son inversion par les modes acoustiques, nous a permis

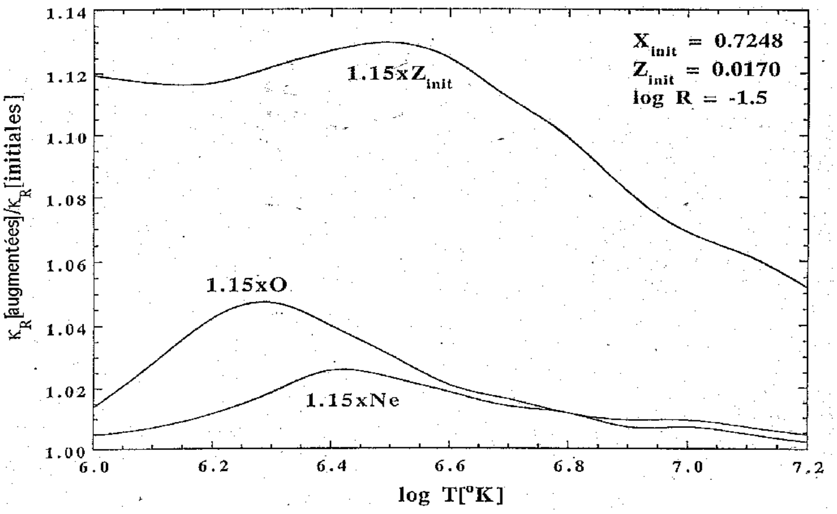


FIG. 6.1 – *Effet d'une modification des abondances des éléments lourds, de l'oxygène et du néon sur l'opacités de Rosseland pour un profil de température T, de densité ρ et une composition solaire (Rogers 1998)*

de déterminer plus précisément que les spectroscopistes l'abondance de surface de l'hélium 4 (i.e $Y_s = 0.249 \pm 0.003$). Il est intéressant de se demander s'il en serait de même pour les éléments lourds, tels que l'oxygène, le carbone, le néon ou le fer (Turck-Chièze 1998). En effet la détermination de ces abondances dans l'intérieur même du Soleil, nous permettrait alors de contraindre les processus tels que la diffusion, les opacités ou alors de mettre en évidence d'autres processus physiques pour les interpréter (mélange, ondes internes). Le coefficient Γ_1 est une des variables naturelles des inversions à partir des modes acoustiques, on l'inverse donc directement. Récemment Elliot et Kosovishev (1998) ont réalisé une telle inversion jusqu'au cœur du Soleil, mettant en évidence des écarts de l'ordre de 2 pour mille entre leur modèle solaire et le Soleil avec une précision de 5 10^{-4}. Cette précision ne semble pourtant pas encore suffisante pour en déduire l'abondance et le degré d'ionisation des éléments lourds car les variations de Γ_1 liées à ces éléments lourds, dans un mélange composé à 98% d'hydrogène et d'hélium complétement ionisé semblent être de quelques 10^{-4} (évaluation à partir de l'équation d'état OPAL96 pour deux valeurs de Z différentes $Z = 0.0173$ et $Z = 0.0187$) voir (fig 6.2). Cela confirme l'idée que l'opacité est bien plus sensible aux éléments lourds que ne l'est l'équation d'état.

Toujours est il que cette opportunité de déterminer l'abondance et le degré d'ionisation des éléments lourds via le coefficient adiabatique Γ_1 est prometteuse. Il est même possible de l'utiliser pour déterminer l'abondance d'hélium 4 de surface pour des étoiles autres que le Soleil (Lopes et al. 1997) et pourra être appliquer par exemple aux étoiles participant au projet d'astérosismologie Corot (Catala et al. 1995 et Lopes et al. 1997). Bien évidemment la sensibilité de l'opacité aux variations d'abondances ou de degré d'ionisation des élément chimiques est malgré les incertitudes un bon indicateur de l'état du plasma solaire.

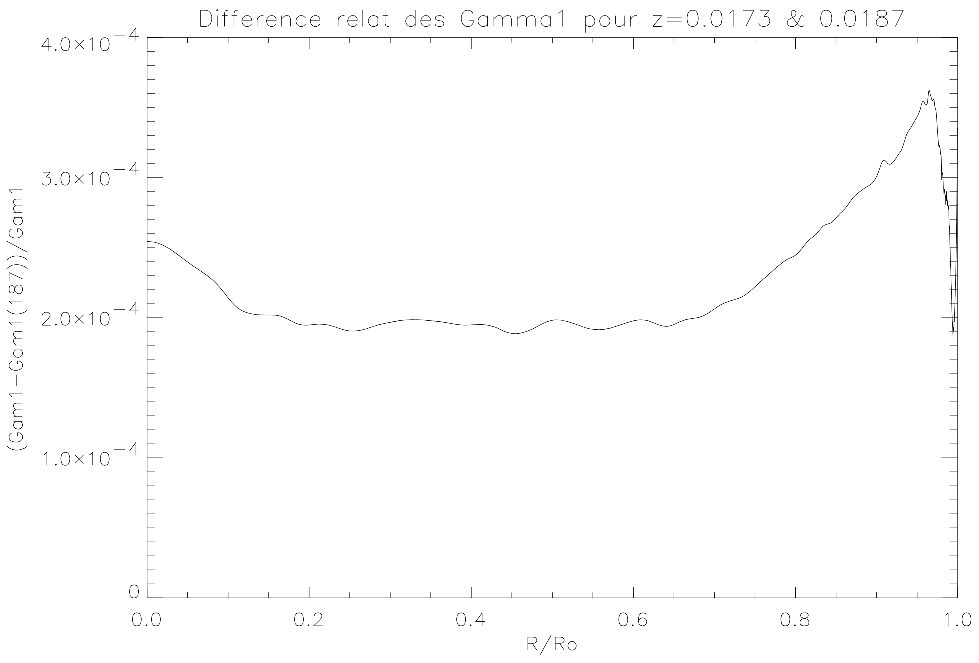


FIG. 6.2 – *Différence relative du coefficient* Γ_1 *pour deux abondances en éléments lourds*

Il est important aussi de remarquer que les tables d'opacités utilisées par les modèles solaires, ont été calculées à partir d'un rapport d'abondance entre les éléments lourds correspondant au rapport météoritique de Grevesse et Noels (1993). Or, avec l'introduction de la diffusion microscopique, il parait clair que ce rapport d'abondance change au cours du temps, comme l'attestent des vitesses de diffusion différentes entre chaque élément chimique (voir figures 4.4). Récemment, Turcotte et al. (1998) ont calculé des modèles solaires, en utilisant une table d'opacité pour chaque élément et en calculant la moyenne de Rosseland correspondante en tenant compte des effets de diffusion microscopiques les plus complets possibles (par la résolution directe des équations de Burgers (Burgers 1969), et l'introduction des forces radiatives et des effets d'ionisation partielle en plus des effets thermiques, gravitationnels et de diffusion chimique). Ils montrent que la différence, dans le cas du Soleil, n'excède pas 2% sur la valeur absolue de l'opacité mais peut être très importante pour d'autres étoiles (par ex: A_m ou A_p).
Toutes ces considérations montrent qu'il est difficile d'obtenir un calcul d'opacité précis à plus de 5%. Or la région radiative est sensible à des variations de quelques pourcents des opacités, et l'héliosismologie nous permet à travers le profil de vitesse du son et les modes acoustiques de diagnostiquer ses variations même si cela n'est pas toujours évident. Par exemple, l'introduction de 7 éléments lourds dans les nouvelles tables d'opacité (OPAL92 $\rightarrow$ OPAL96) correspond clairement à une amélioration de la description de plasma solaire pour le calcul des opacités. Or, on s'aperçoit que cela dégrade l'accord sur le profil en vitesse du son de façon significative (2 à 3 pour mille), ce qui est bien au-delà de la précision à laquelle

on détermine le profil expérimental de la vitesse du son. Il semble donc qu'actuellement la précision a laquelle le modèle standard est calculé (mieux que le pourcent) ne permette pas de trancher si clairement entre plusieurs effets contenus dans la zone radiative. C'est pour cela que les expériences auprès des grands lasers (Chièze et al. 1997) pouvant apporter une validation indépendante de l'héliosismologie pour la description du plasma solaire, constitue une approche complémentaire qu'il faudra considérer dans les années à venir.
Cependant, il est clair que l'amélioration de plus d'un facteur 2 de l'accord théorie-expérience dans cette région due à l'introduction de la diffusion microscopique valide les hypothèses fondamentales du modèle de référence. Nous allons donc discuter dans la section suivante, l'effet d'une modification de l'opacité et de la diffusion des éléments chimiques sur notre connaissance actuelle du Soleil, tenter de faire le point sur les différents processus permettant d'améliorer le modèle standard et en déduire s'il est nécessaire d'invoquer des processus physiques autres que ceux reposant sur la physique microscopique.

6.3 Modèles Opacités Augmentées et Diffusion Augmentée

6.3.1 Description des Modèles

À partir du progrès constaté dans le profil de la vitesse du son entre le modèle de référence et le modèle non-diffusif pour la zone radiative (correspondant comme on l'a vue chapitre 4 à un accroissement de l'opacité), on peut regarder l'effet d'une augmentation de l'opacité ou de la diffusion sur le désaccord entre le modèle de référence et le Soleil. L'obtention d'un modèle le plus sismiquement proche du Soleil (au regard du profil de vitesse du son) pourra nous permettre d'améliorer nos prédictions des fréquences des modes acoustiques et peut être révéler des processus physiques non encore introduits dans le modèle de référence. Nous avons donc modifié l'opacité entre la base de la zone convective et le cœur nucléaire de manière à simuler une correction liée au traitement des coefficients d'absorption des éléments lourds ou à une méconnaissance de leur abondance. Cette correction (de 4.5% à la base de la zone convective jusquà 1.5% dans le cœur, voir fig 6.3) est basée sur la figure 1 de Courtaud et al. (1990) montrant la contribution des éléments lourds à l'opacité. Celle-ci a été modifée pour tenir compte des abondances de Grevesse et Noels (1993) ainsi que de calculs plus récents (OPAL96) (voir Richer 1997 et Richer et al. 1998) et correspond au modèle solaire "opacités augmentées" (opac. aug.).

Pour ce qui concerne la diffusion microscopique, notre comparaison avec le calcul plus complet de Turcotte et al. (1998) indique que notre prescription pour la diffusion est correcte à 10% près. Nous avons donc augmenté les vitesses et les coefficients de diffusion de 15% afin de maximiser l'effet et le rendre visible sur le profil de la vitesse du son.

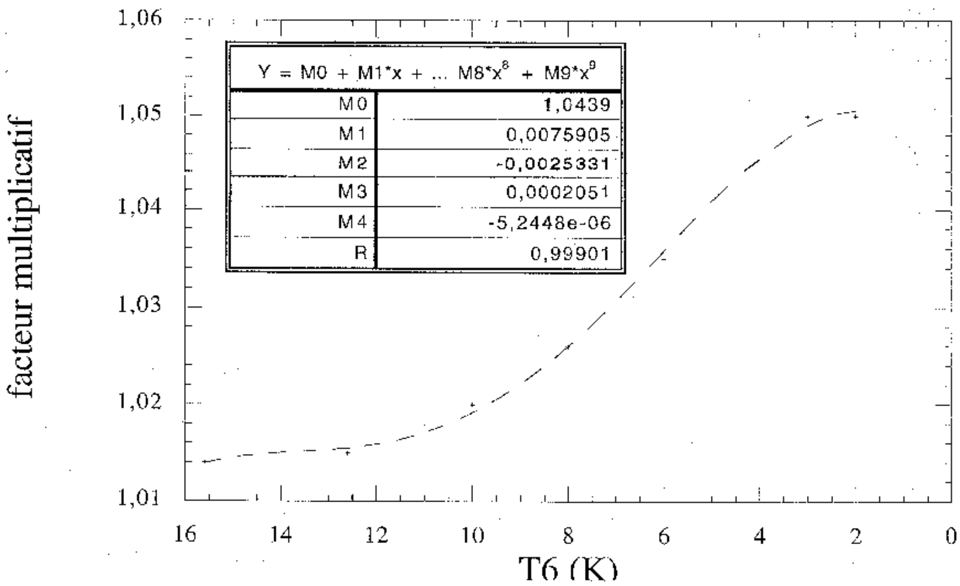


FIG. 6.3 – *Modification des opacités pour le modèle opac. aug.*

6.3.2 Analyse des Résultats

Modèle Opacités Augmentées

Nous représentons figure 6.4 la différence du carré de la vitesse du son entre le Soleil, le modèle de référence et le modèle opac. aug. On vérifie que le profil est nettement amélioré ($\delta c^2/c^2 < 0.6\%$) sur toute l'étoile. L'impact d'une variation de x pourcents des opacités sur le profil en vitesse du son est directement visible en le modifiant de x pour mille (i.e un changement de 4.5% des opacités à la base de zone convective a bien réduit la hauteur de la bosse sur le profil de vitesse du son de 4 pour mille). Avec la précision actuelle ($\delta c^2/c^2 < 1\%$), on est bien sensible dans la région intermédiaire du Soleil aux variations même faibles des opacités (voir Turck-Chièze et al. 1998a). On remarque également (voir table 6.1), que l'hélium de surface $Y_s = 0.248$ et la base de la zone convective $R_{bzc} = 0.712$ sont en meilleur accord avec les observations héliosismiques. Par contre on constate une légère augmentation du flux de neutrinos, directement reliée à une augmentation de la température et de l'hélium 4 central.

Lors de notre étude sur la sensibilité de la région intermédiaire à une variation d'opacité, nous nous sommes aperçus que la structure de l'étoile réagissait différemment selon le type de modification qu'elle subissait. En effet, il semble qu'une modification différentielle des opacités (comme sur la figure 6.3) n'ait pas le même effet qu'une multiplication par quelques % des opacités (offset). En fait, la correction utilisée pour le modèle opac. aug., revient à modifier la dépendance en température et en densité (donc radiale) des opacités, ce qui nous fait penser que même si les processus intervenant pour un domaine (T,ρ) dans les opacités semblent mieux sous contrôle que la valeur absolue de l'opacité, ceux-ci restent encore incertains. Cependant et bien que l'on ait amélioré globalement le profil de vitesse du son, on voit clairement sur la figure 6.4 que les caractéristiques présentes dans le modèle de référence (le cœur, les oscillations entre 0.25 et 0.55 $R_\odot$, la bosse à 0.68 $R_\odot$) sont toujours présentes dans le

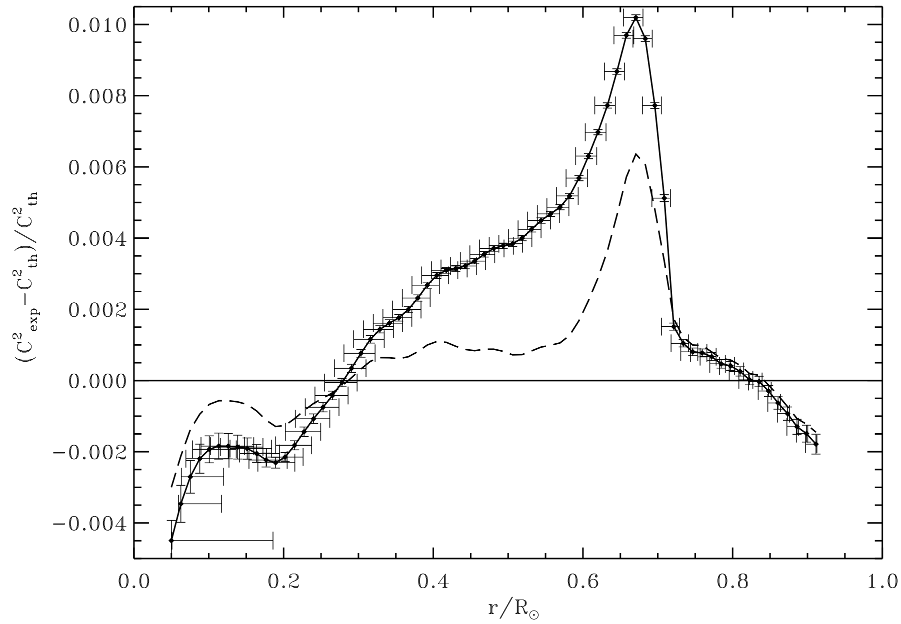


FIG. 6.4 – *Effet d'une modification des opacités sur le profil de Vitesse du Son (- - -) comparé au modèle standard (ligne continue).*

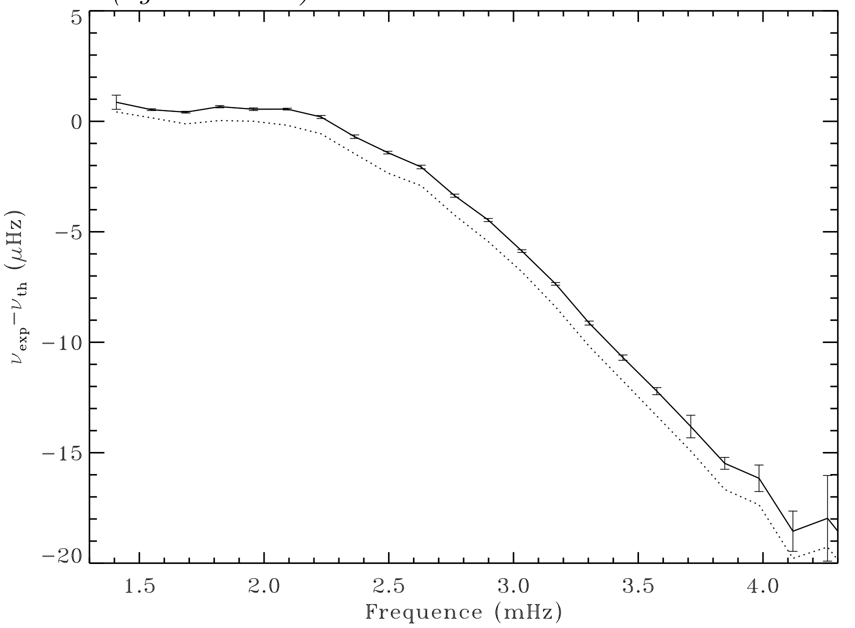


FIG. 6.5 – *Fréquences des modes p pour $l = 0$ comparées aux données GOLF (Lazrek et al. 1997): modèle de référence diffusif (ligne continue) et modèle opacités augmentées (point)*

modèle opac. aug. et mettent en évidence la présence de processus physiques supplémentaires. Puisque ces caratéristiques sont également présentes pour le modèle "minimal nucléaire" (chapitre 5) et "diffusion augmentée" (section suivante), on peut en déduire, que le profil actuel de la vitesse du son met en évidence des processus d'un autre type que ceux liés à la physique microscopique. La présence de mouvements macroscopiques dans l'étoile (rotation, circulation méridienne, turbulence (Zahn 1992)) favorise l'introduction d'une description plus dynamique de l'étoile (Pinsonneault et al. 1989, Proffitt et Michaud 1991, Richard et al. 1996,

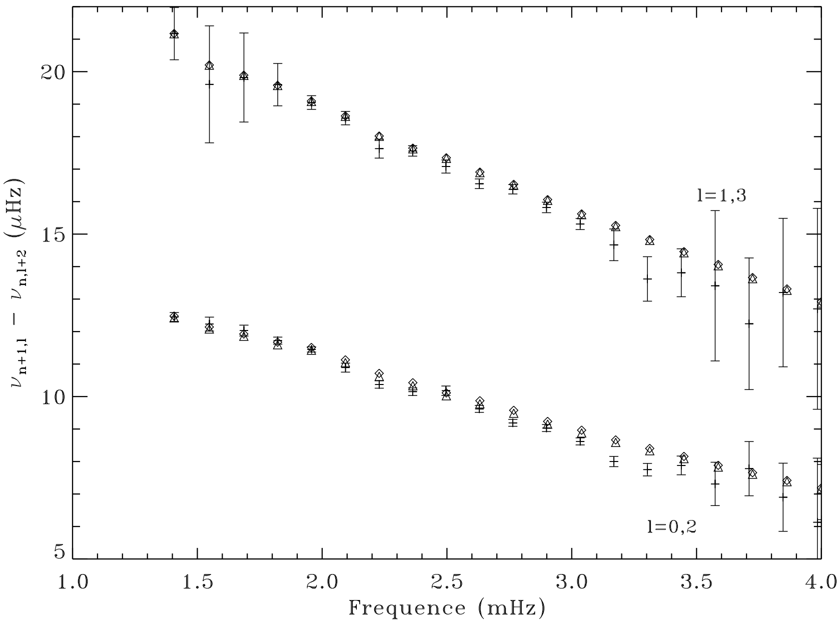


FIG. 6.6 – *Petite différence des modes p pour $l = 0,2$ et $l = 1,3$: Données GOLF (Lazrek et al. 1997) croix + barres d'erreurs, modèle de référence diffusif (losange) et modèle opacités augmentées (triangle)*

Brun, Turck-Chièze et Zahn 1998).

Nous avons calculé les fréquences acoustiques du modèle opac. aug., pour vérifier la modification des fréquences, liées à l'amélioration du profil de vitesse du son. Sur la figure 6.5 nous remarquons que l'effet pour le mode $l = 0$ est identique à celui observé figure 4.12 entre le modèle non-diffusif et le modèle diffusif, bien que d'une ampleur moins grande, ce qui revient à une amélioration des fréquences pour $\nu < 2.2$ mHz. Bien sûr, comme nous n'avons fait aucune modification dans l'atmosphère de ce modèle, la pente au delà de 2.2 mHz reste identique. Cette amélioration dans les parties centrales est aussi visible dans la petite différence pour $l = 0,2$ et $l = 1,3$ représentée figure 6.6, même si l'effet est faible.

Nous avons également calculé les fréquences des modes de gravité afin d'évaluer leur sensibilité à une modification des opacités et les comparer avec ceux du modèle de référence et du modèle minimal nucléaire (c.f table 6.2). Nous constatons qu'ils varient dans le sens opposé avec une amplitude légérement plus faible $\sim +1\mu$Hz (i.e augmentation des fréquences par rapport au modèle de référence). Cela est bien sûr vérifier par la différence relative des fréquences de Brunt-Väisälä des deux modèles (c.f fig 6.7).

Il est intéressant de remarquer que sur le profil de la vitesse du son, la modification des opacités et du cœur nucléaire agissent dans le même sens, c'est à dire, réduction de la vitesse centrale du modèle par rapport au modèle de référence et augmentation de celle-ci près du pic à 0.68 $R_\odot$. Or, sur les fréquences de Brunt-Väisälä on voit bien que l'effet est de signe opposé, c'est à dire, diminution de la fréquence N dans le cœur pour le modèle minimal nucléaire par rapport au modèle de référence et augmentation de celle-ci pour le modèle opac. aug. De

TAB. 6.1 – *Quantités thermodynamiques et prédictions du flux de neutrinos des modèles opac. aug. et diff. aug. Variables identiques à la table 4.4.*

Paramètres	modèles		
	référence	Opac. Aug.	Microsc. Aug.
Opacités	OPAL/K 5800	OPAL/K 5800	OPAL/K 5800
Diffusion	oui	oui	oui
α	1.84	1.84	1.86
Y_0	0.273	0.277	0.274
Z_0	$1.964\ 10^{-2}$	$1.95\ 10^{-2}$	$1.99\ 10^{-2}$
$(Z/X)_0$	0.0277	0.0277	0.0283
Y_s	0.243	0.248	0.240
Z_s	0.0181	0.01799	0.1817
$(Z/X)_s$	0.0245	0.0245	0.0245
$R_{bcz}/R_\odot$	0.715	0.712	0.713
$T_{bcz} \times 10^6$	2.172	2.208	2.188
Y_c	0.635	0.640	0.638
Z_c	0.02084	0.0207	0.0213
$T_c \times 10^6 (K)$	15.67	15.72	15.70
ρ_c (g/cm^3)	151.85	152.63	152.44
^{37}Cl (SNU)	7.18	7.55	7.42
^{71}Ga (SNU)	127.2	129.0	128.4
^{8}B (10^6/cm^2/s)	4.82	5.10	5.00

plus, on se rend bien compte de l'amplitude du changement et de la sensibilité des modes de gravité aux modifications très centrales. On voit figure 6.8 que 60% de la période P_0 des modes de gravité est constituée dans les premiers 20% en rayon du Soleil. Cette analyse confirme l'utilité d'une étude conjointe vitesse du son/fréquence de Brunt-Väisälä ou modes acoutiques/modes de gravité, pour différencier l'influence des processus physiques dans la structure centrale du Soleil.

Modèle Diffusion Augmentée

La figure 6.9 montre la différence du carré de la vitesse du son entre le Soleil, le modèle de référence et le modèle diff. aug pour lequel on a augmenté l'effet de diffusion microscopique par 15%. On voit clairement que l'accord avec le Soleil est meilleur ($\delta c^2/c^2 < 0.7\%$) ainsi que

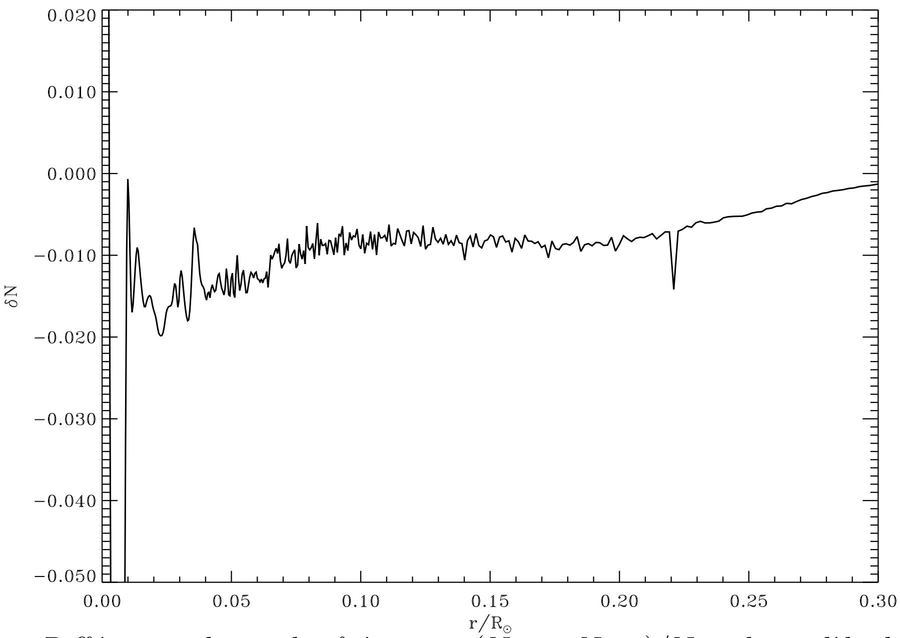


FIG. 6.7 – *Différence relative des fréquences* $(N_{std} - N_{opac})/N_{std}$ *du modèle de référence et du modèle opac. aug.*

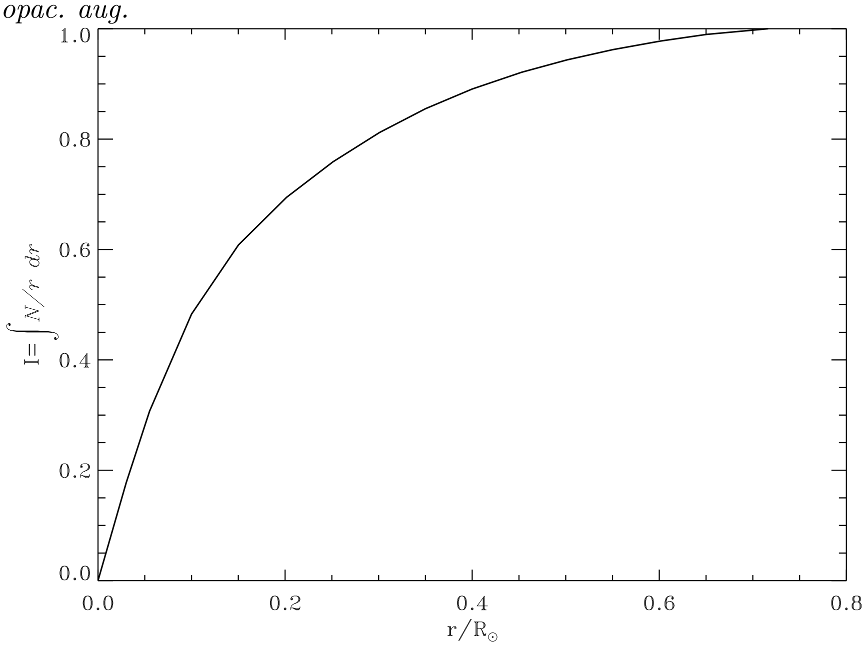


FIG. 6.8 – *Constitution de la période* P_0 *des modes de gravité en fonction du rayon*

la base de la zone convective $R_{bzc} = 0.713$ (c.f table 6.1).

Or, l'hélium de surface $Y_s = 0.240$ est encore plus bas que dans le modèle de référence, ce qui semble complétement exclu par les observations. Ce modèle montre lui aussi les mêmes caractéristiques que le modèle de référence (le cœur, les oscillation entre 0.25 et 0.55 $R_\odot$, la bosse à 0.68 $R_\odot$), ce qui indique que d'autre processus en plus de la diffusion microscopique doivent être inclus. L'un d'eux pourrait être une diffusion turbulente liée à la rotation de l'étoile, qui aurait pour effet d'inhiber la diffusion et ainsi peut être de rendre plus compatible l'abondance d'hélium de surface avec les observations.

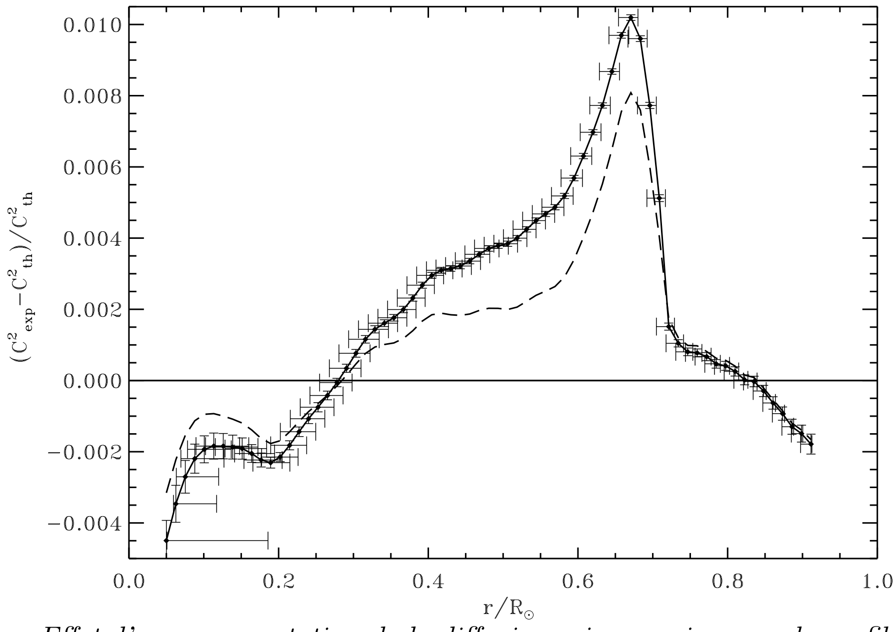


FIG. 6.9 – *Effet d'une augmentation de la diffusion microscopique sur le profil de Vitesse du Son (- - -) comparé au modèle standard (ligne continue).*

6.4 Conclusion

De cette étude de la zone radiative, il ressort qu'une variation des opacités liée à notre connaissance des abondances à 15% près (voire plus) ou de leur calcul explicite, n'est pas exclus par notre étude et est même favorisée par le diagnostique sismique. Toutefois, actuellement cette incertitude sur les opacités et les abondances, même si elle a été réduite significativement ces dernières années et l'impact qu'elles ont sur le modèle, ne sont pas aussi bien contrainte par l'héliosimologie qu'il le semblerait. L'introduction par exemple de 7 nouveaux éléments lourds dans le calcul des opacités n'est pas allé dans le sens d'améliorer l'accord théorie-expérience sur le profil du son, comme on aurait pu s'y attendre. Il est donc nécessaire d'obtenir de nouveaux tests pour valider notre description du plasma solaire. L'utilisation du coefficient adiabatique Γ_1 pourrait être l'un d'eux ainsi que la calibration en valeur absolue de l'opacité par les expériences auprès des grands lasers. Dans le même ordre d'idées, nous avons vérifié que l'utilisation de la fréquence de Brunt-Väisälä nous a permis de différencier un effet d'opacité, d'un effet de réaction nucléaire sur le modèle de référence, bien que ce diagnostic ne teste réellement que la partie la plus centrale de l'étoile. Par contre, une augmentation importante de la diffusion microscopique (pris au sens large) ne semble pas justifié. L'effet en valeur absolue de ce processus physique parait donc sous contrôle. Il ressort également que le profil caractéristique de la vitesse du son du modèle solaire vienne de processus physiques non présents dans notre modèle de référence, tout comme le désaccord de l'abondance du lithium 7 avec les observations. Cela nécessite donc l'introduction de nouveaux processus, notamment macroscopiques, pour obtenir une description plus complète de notre étoile. Dans la partie suivante nous allons étudier l'influence de certains processus macroscopiques (mélange lié à la rotation différentielle et pression tubulente dans les couches externes).

TAB. 6.2 – *Fréquences des modes de gravité (μHz) du modèle opac. aug., obtenues avec le code de Christensen-Dalsgaard (1982).*

n	$l = 1$	$l = 2$
1	260.9	295.2
2	190.1	254.6
3	152.2	220.7
4	126.9	192.7
5	108.6	169.3
6	95.06	150.1
7	84.54	134.6
8	76.09	121.8
9	69.14	111.2
10	63.24	102.3

Troisième partie

Au-Delà du Modèle Standard

Chapitre 7

Transition Zone Radiative-Zone Convective

Sommaire

7.1 Introduction 121
7.2 Rôle de la Rotation et du Mélange dans les Intérieurs Stellaires 123
7.3 Influence de la Tachocline 129
7.4 Conclusion 143

7.1 Introduction

Dans la précédente partie, nous avons décrit notre modèle solaire de référence et les ingrédients physiques microscopiques qui permettent de l'obtenir. Notre étude de ces processus physiques et de leur incertitude nous a permis de progresser dans notre compréhension du Soleil. Il ressort notamment de cette étude que le modèle solaire dans sa description standard est proche des observations héliosismiques et que l'on peut même améliorer cet accord en restant dans un cadre classique.
Cependant, nous avons aussi montré qu'en ce qui concerne certains indicateurs (caractéristiques du profil de vitesse du son, abondances de surface) l'introduction de processus physiques supplémentaires devient incontournable. Parmi ceux-ci, l'aspect dynamique de l'étoile (rotation, mélange turbulent, ondes internes) s'impose de plus en plus au théoricien de la structure interne des étoiles mais aussi, et cela est beaucoup plus récent, à l'observateur avec les derniers résultats héliosismiques. L'objectif de cette troisième partie est de tenir compte de cet aspect dynamique du Soleil et d'introduire certains de ces processus macroscopiques dans notre modélisation du Soleil.
Dans ce chapitre, nous nous intéresserons particulièrement à la description de la transition zone radiative/zone convective de notre étoile. On voit clairement (fig 7.1) le changement de gradient de température et de transport d'énergie dû à l'augmentation du gradient radiatif directement relié à l'augmentation de l'opacité dans cette zone d'ionisation partielle du CNO.

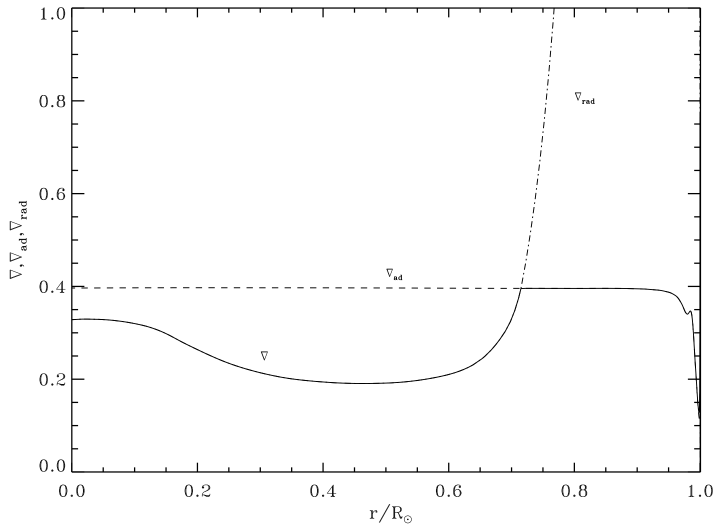


FIG. 7.1 – *Gradients de température ∇ (ligne pleine), ∇_{ad} (tiret) et ∇_{rad} (tiret point) en fonction du rayon pour le modèle de référence.*

Cette transition est d'un grand intérêt pour plusieurs raisons. Tout d'abord, le changement de régime de rotation (de solide → différentiel voir fig 7.3), qui se produit dans une fine couche (tachocline), est une source d'instabilité de cisaillement pour l'étoile (Spiegel et Zahn 1992) et, vraisemblablement, est un lieu de production du champ magnétique par effet dynamo (Schüssler 1987, Choudhuri, Schüssler et Dikpati 1997). Ensuite, l'interaction de la zone convective turbulente sur la zone radiative stratifiée stablement (i.e. $N^2 > 0$) est une source de turbulence qui, influence la structure thermique de l'étoile (pénétration convective, Zahn 1991, Zahn 1998) ou étend le mélange vers des températures plus élevées (overshooting, Roxburgh 1997) ou génére un spectre d'ondes internes (de gravité) (Press 1981, Schatzman 1993). Enfin, l'héliosismologie en a déterminé la localisation avec précision ($R_{bzc} = 0.713 \pm 0.03$, Christensen-Dalsgaard, Gough et Thompson 1991) et impose donc de fortes contraintes sur la position du changement de transport d'énergie (radiation → convection), notamment sur les abondances et l'opacité dans ce domaine de température et de densité.

Nous n'allons pas étudier dans ce chapitre tous ces processus physiques, mais plutôt mettre en évidence le rôle joué par la turbulence dans la structure du Soleil et son profil de rotation, et analyser en détail les modifications introduites par le traitement de la tachocline. Nous utiliserons, entre autre, l'abondance de surface du lithium7 comme test permettant de valider notre processus physique puisque cet élément est particulièrement sensible au mélange dans les étoiles (Baglin et Lebreton 1990). Nous présenterons, tout d'abord brièvement, le rôle joué par la rotation et la présence de mélange turbulent dans la structure des étoiles, ainsi que le problème du lithium7, puis nous décrirons avec précision notre modèle tenant compte de la tachocline ainsi que son impact sur la structure interne du Soleil et les abondances de surface (^{3}He, ^{4}He, ^{7}Li et ^{9}Be) au cours du temps. Une partie de ce travail sur la tachocline ainsi qu'une partie du chapitre suivant, ont fait l'objet d'une présentation dans deux conférences, l'ensemble du chapitre 7 sera repris dans un article, en cours d'écriture.

- Brun, A. S., Turck-Chièze, S. and Zahn, J. P. 1998, "Macroscopic processes in the solar interior", in Structure and Dynamics of the Interior of the Sun and Sun-like Stars, eds S. G., Korzennik and A., Wilson, Noordwijk, ESA SP-418, Vol 1, 439.
- Brun, A. S., Turck-Chièze, S. and Zahn, J. P. 1999, "Mixing below the solar convective zone", in Theory and Tests of Convective Energy Transport, eds A., Gimenez and B., Montesinos, ASP conference series.
- Brun, A. S., Turck-Chièze, S. and Zahn, J. P. 1999, "Solar Models in the Light of New Helioseismic Constraints: II Mixing in the Tachocline Layer", ApJ en cours de rédaction.

7.2 Rôle de la Rotation et du Mélange dans les Intérieurs Stellaires

7.2.1 Rotation et Mélange

La rotation est présente dans de nombreux objets d'intérêt astrophysique comme les planètes, les étoiles et les galaxies. Il est donc important de quantifier et de comprendre son influence sur l'écoulement des fluides (Chandrasekhar 1981). Par exemple, la présence de cyclones dans l'atmosphère terrestre est directement reliée à la rotation de la Terre via la force de Coriolis et n'existerait pas sans elle. Il est alors naturel de se demander comment la structure et l'évolution du Soleil (des étoiles) sont modifiées par sa (leur) rotation? Cette question, loin d'être tranchée, est traitée dans de nombreux articles récents (voir Zahn 1992 et les références incluses, Talon 1997). De manière simpliste, la rotation est la source d'instabilités diverses induisant un mélange turbulent et un transport de moment cinétique. Donc, afin de caractériser l'influence de la rotation, il faut comprendre les instabilités qu'elle génère. Une fois cette analyse effectuée, on peut en extraire un modèle pour le transport du moment cinétique et des espèces chimiques dans l'écoulement considéré, ici, une étoile en rotation. A titre d'exemples d'instabilités liées à la rotation on peut citer (Zahn 1983):

- les instabilités baroclines liées à l'écart entre les surfaces de niveaux de pression et de densité pour une étoile en rotation non cylindrique, et qui peuvent engendrer de la turbulence,
- le déséquilibre causé par la rotation sur le transport de l'énergie par radiation induisant la circulation méridienne. Ce mouvement dirigé des pôles vers l'équateur transporte de la chaleur et du moment cinétique de manière à rétablir l'équilibre thermique,
- les instabilités de cisaillement liées à un gradient de vitesse (présent dans la rotation différentielle).

Bien sûr, l'ordre de grandeur des effets dépend de l'importance de la rotation pour l'écoulement étudié. Deux nombres sans dimension permettent de caractériser l'état du système, ce sont le nombre de Rossby:

$$R_o = \frac{v}{2\Omega l}$$

et le nombre d'Ekman:

$$E = \frac{\nu_{turb}}{2\Omega l^2}$$

où v est la vitesse, l la longueur, ν_{turb} la viscosité turbulente et Ω la rotation caractéristique de l'écoulement. Le nombre d'Ekman mesure le rapport entre les forces visqueuses et la force de Coriolis et le nombre de Rossby, le rapport entre l'advection et la force de Coriolis. Un écoulement sera dominé par la rotation si ces deux quantités sont petites devant 1, ce qui est le cas du Soleil. De plus, la présence d'anomalies d'abondances dans les étoiles (lithium7, rapport $^{13}C/^{12}C$ dans les géantes sur la branche asymptotique) nécessite l'existence de processus de mélange permettant d'expliquer les observations. Schatzman (1969) a proposé de relier ces anomalies à des processus physiques faisant intervenir la rotation vu qu'elle génère du mélange.
L'observation des amas ouverts, comme les Pléiades, les Hyades et M67, nous permet de déduire, en fonction de l'âge, l'abondance de surface des étoiles et leur vitesse angulaire. Cela donne la possiblité de rechercher une relation entre ces deux observables et de contraindre les théories invoquant du mélange induit ou non par rotation. La figure 7.2 représente la projection sur la ligne de visée des vitesses de rotation ($v \sin i$) des étoiles des amas des Pléiades et des Hyades à partir des largeurs équivalentes des raies. Sur cette figure on remarque que:

– la vitesse angulaire des étoiles chaudes ($\sim T_{eff} > 7000$ K) ne varie pas au cours du temps, contrairement aux étoiles froides dont la vitesse diminue avec l'âge, il y a donc vraisemblablement une corrélation entre vitesse et type spectral,
– la dispersion de vitesse diminue avec l'âge.

Comme la température de surface du Soleil est inférieure à 7000 K, on s'attend à ce que sa vitesse ait diminué au cours du temps et qu'il ait donc perdu du moment cinétique. La comparaison de sa vitesse de rotation ($\sim$ 2 km/s), avec celles des étoiles dans les amas plus jeunes, montre effectivement qu'une telle décélération a eu lieu (d'un facteur 10 à 100). Skumanich (1972) a mis en évidence que, pour les étoiles de type solaire, la dépendance temporelle pour la rotation est $\Omega(t) \propto t^{-1/2}$. Cette loi peut être comprise en invoquant un couplage magnétique entre le vent solaire et l'étoile en rotation (Schatzman 1962). Par contre, il n'existe actuellement aucune théorie pleinement satisfaisante permettant d'expliquer le transport de moment cinétique interne dans le Soleil au cours de son évolution. Jusqu'à tout récemment, les théories prédisaient un cœur en rotation rapide, or nous avons vu, au chapitre 3, que l'héliosimologie met en évidence une rotation rigide un peu inférieure à la rotation équatoriale de surface. L'existence de nouveaux mécanismes de transport de moment cinétique s'impose donc pour expliquer cette rotation rigide interne.

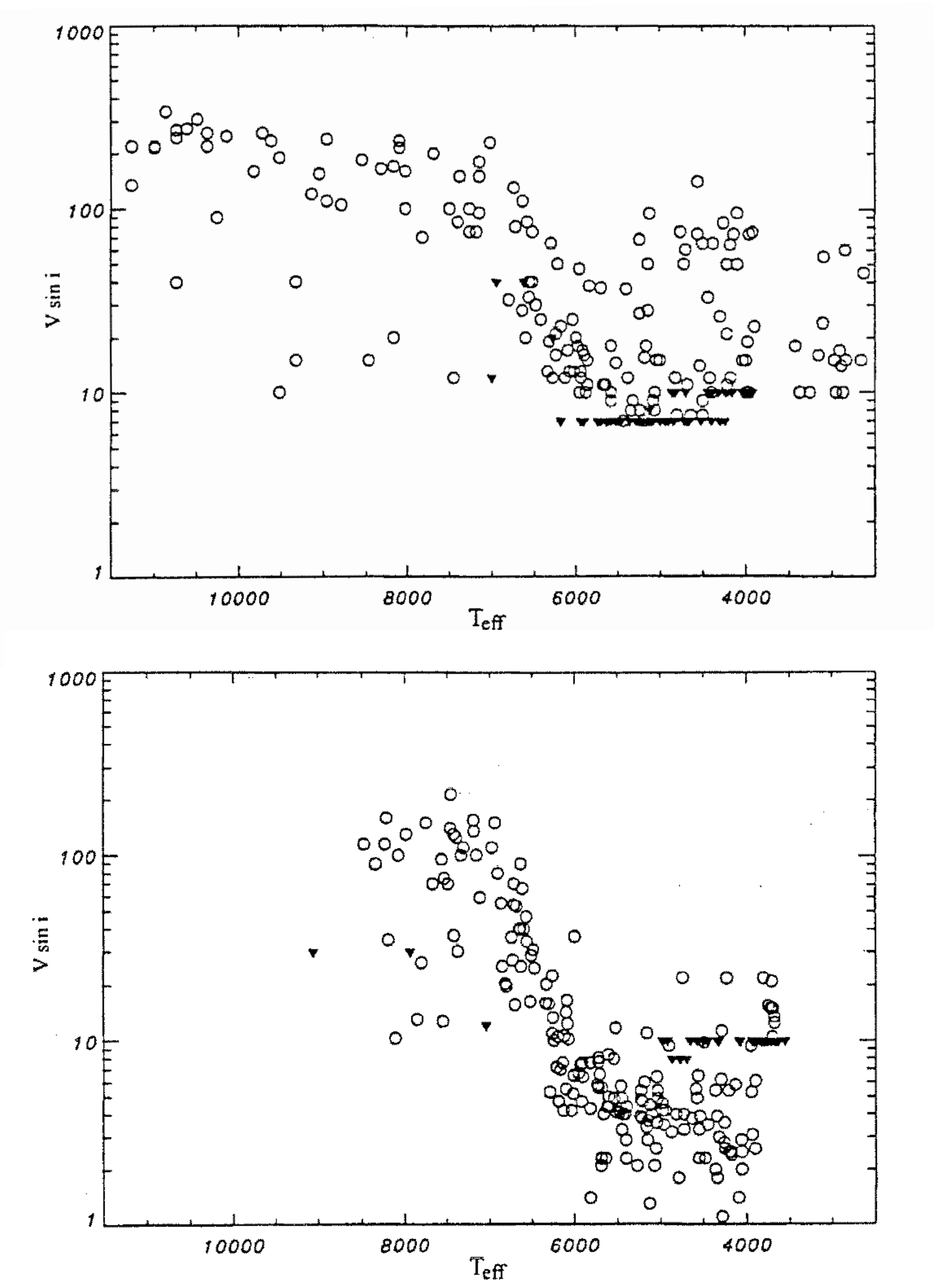


FIG. 7.2 – *Rotation observationnelle des Pléiades (∼ 70 millions d'années) (haut) et des Hyades (∼ 700 millions d'années) (bas) en fonction de T_{eff} (adapté de Talon 1997).*

Il semble que, l'action couplée d'instabilités liées à la rotation et la production d'ondes internes ou la présence d'un champ magnétique, soit nécessaire pour s'accorder avec les observations (Zahn, Talon et Matias 1997, Kumar et Quataert 1997 et Gough et Sekii 1997). Pinsonneault et al. (1989) ont également montré qu'il existe un écart (près d'un facteur 20) entre l'efficacité du transport de moment cinétique et du ^{7}Li, ce qui peut s'expliquer en at-

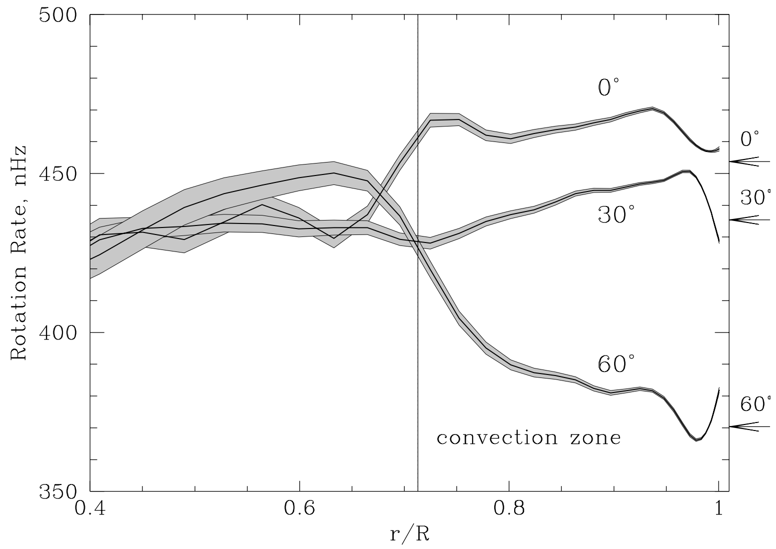


FIG. 7.3 – *Profil de rotation solaire obtenu avec MDI où l'on voit clairement que le pôle tourne plus lentement que l'équateur dans la zone convective et que la vitesse devient uniforme en dessous de 0.7 $R_\odot$ (Kosovichev et al. 1997)*

tribuant le premier à une advection et le second à une diffusion turbulente (i.e l'advection de la composition chimique est réduite par l'érosion turbulente à un transport lent $\Rightarrow$ diffusion) (Chaboyer et Zahn 1992). Le transport de moment cinétique est capital pour comprendre l'évolution de la rotation globale Ω de l'étoile mais aussi sa rotation différentielle $\hat{\Omega}$. On voit clairement (fig 7.3) que la zone convective solaire tourne différentiellement, avec une différence entre pôle et équateur de près de 20% alors que la zone radiative tourne solidement.

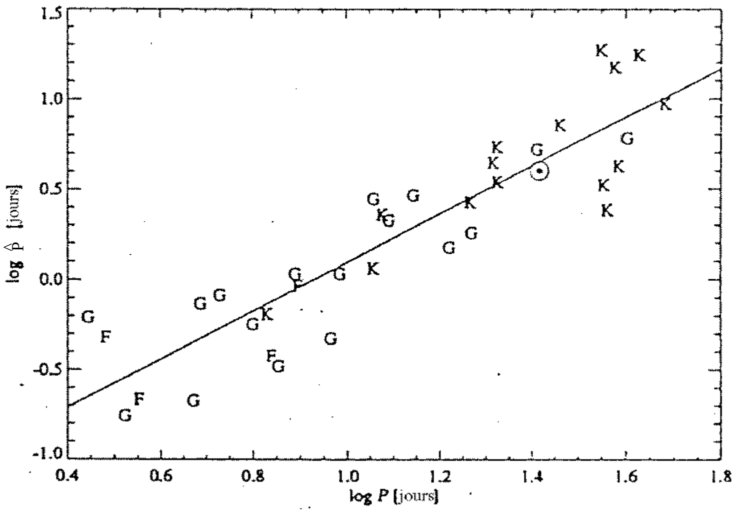


FIG. 7.4 – *Intervalle d'observation des périodes de rotation p/r à* $\log < P >$. *Un ajustement type moindre carrés donne* $\hat{P} \propto < P >^{1.3\pm0.1}$ *(coefficient de corrélation* $r = 0.90$*) (Donahue et al. 1996).*

L'observation de jeunes étoiles nous indique que la rotation différentielle normalisée diminue pour les rotateurs rapides indépendament de leur type spectral, c'est à dire: $\hat{\Omega}/\Omega \propto \Omega^{-0.3\pm0.1}$ (Donahue, Saar et Baliunas 1996 et fig 7.4). Il faut donc préciser le couplage entre moment cinétique, rotation et convection permettant d'obtenir l'évolution observée de la rotation globale et différentielle. Cette étude est en cours à partir de simulations hydrodynamiques 3D et sort du cadre de cette thèse (Brummell, Hurlburt et Toomre 1998).

Toutes ces considérations observationnelles et théoriques nous indiquent que l'action de la rotation et la présence de mélange dans les étoiles doivent être indroduites dans le modèle standard mais qu'il n'est pas simple d'obtenir une vision globale de ces mécanismes et de leur importance relative.

7.2.2 Le Problème du Lithium 7

Le lithium 7 joue un rôle important en astrophysique car il fait partie des éléments légers créés lors de la nucléosynthèse primordiale et qu'il impose des contraintes sur la structure interne des étoiles et sur les processus de transport. Il est donc capital de comprendre l'évolution de son abondance. Or, depuis (Herbig 1965), son abondance dans les étoiles n'est pas bien reproduite par les modèles. L'observation d'amas d'étoiles ouverts comme les Pléiades (70 millions d'années), les Hyades (700 millions d'années) ou M67 (5 milliards d'années) (Michaud et Charbonneau 1991 et fig 7.5) indique que l'abondance de lithium 7 dans les étoiles au cours du temps est corrélée aux vitesses de rotation (fig 7.2). Sur les figures (7.5), on remarque que:

- les étoiles jeunes n'ont pratiquement pas déplété de lithium7 photosphérique,
- l'existence d'une brèche pour les amas plus âgés des Hyades et M67,
- la déplétion est d'autant plus importante que l'étoile est froide,
- l'abondance de lithium à droite de la brèche diminue avec l'âge,
- les systèmes d'étoiles binaires montrent une déplétion moins importante de ^{7}Li (c.f les deux croix sur la droite pour l'amas des Hyades).

Récemment, les observations d'abondances d'Anders et Grevesse (1989) pour le Soleil, montrent une déplétion entre l'abondance du lithium7 dans les météorites et celle de la surface solaire d'un facteur ($\sim$ 100 ou 2.5 dex) incompatible avec les modèles solaires standards (voir chapitre 4). A ce jour, seul le lithium 7 présente une déplétion en surface incomprise. En effet, Balanchandran et Bell (1998) ont reévalué l'abondance de ^{9}Be en modélisant correctement la contribution des opacités dans le spectre UV des raies du beryllium, montrant ainsi que l'abondance de surface était raisonnablement en accord avec celle des météorites. Cela modifie donc les contraintes sur les modèles solaires imposées par les abondances de surface des éléments légers, puisque le ^{9}Be ne doit plus être déplété par un facteur 2. L'écart de température de brûlage entre le ^{7}Li ($\sim$ 2.5 10^6 K) et le ^{9}Be ($\sim$ 3.2 10^6 K) proche des température à la base de la zone convective des étoile de type solaire, nous impose une limite sur la profondeur de la zone convective et de son extension éventuelle au cours du temps.

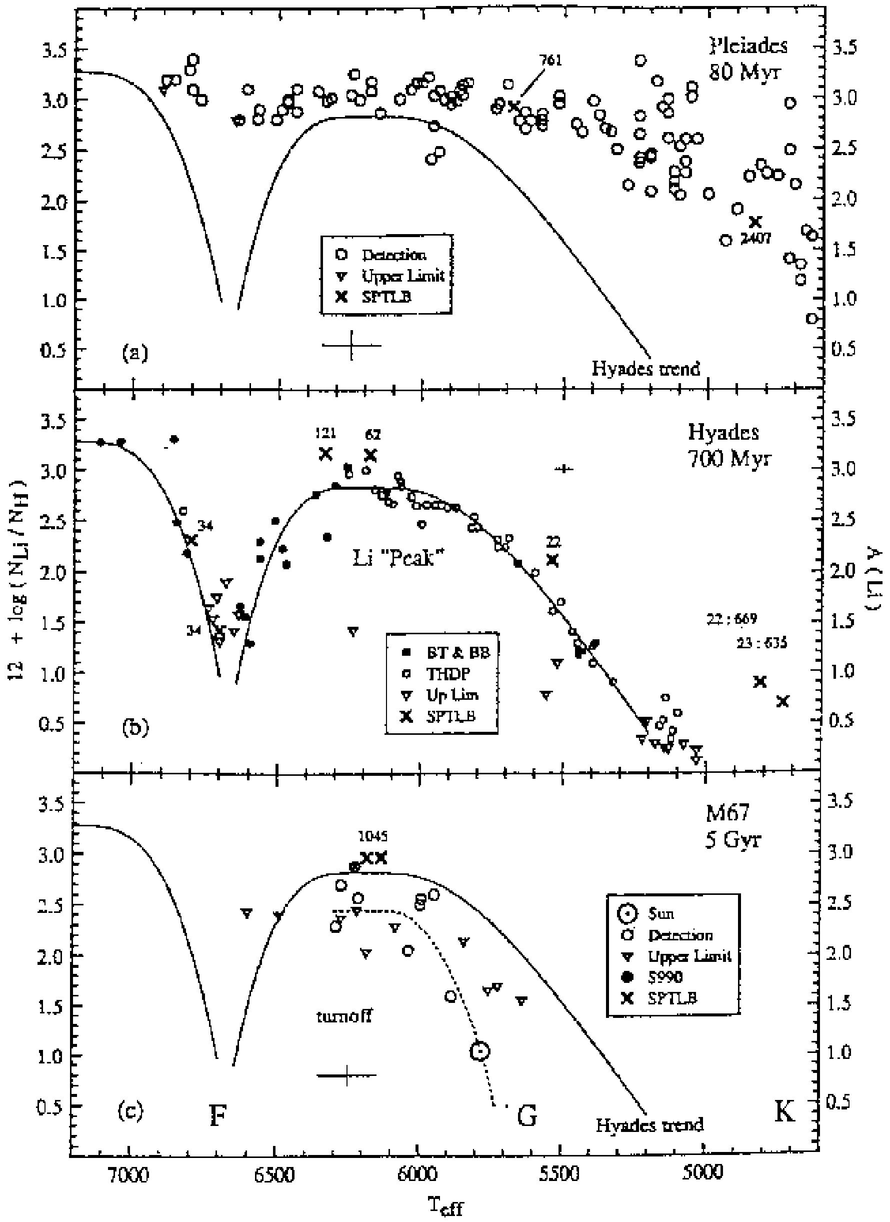


FIG. 7.5 – *Abondance du Lithium7 ($12 + log_{10}(N_{Li}/N_H)$ avec $log_{10}(N_H) = 12$) dans les amas pour différents âges et températures effectives (Michaud et Charbonneau 1991). La ligne continue représente la brèche des Hyades.*

Afin d'expliquer cet écart entre observations et modèles sur l'abondance en lithium7, il est nécessaire d'introduire dans le modèle standard un ou plusieurs nouveaux processus physiques. La diffusion microscopique a initialement été évoquée mais elle reste insuffisante pour expliquer la déplétion du lithium 7 à l'âge solaire et un processus de mélange macroscopique doit lui être ajouté (Proffitt et Michaud 1991 et chapitre 4). La faible température du brûlage du ^{7}Li ($\sim$ 2.5 10^6 K), très proche de la température de la base convective ($\sim$ 2.2 10^6 K), indique qu'un processus étendant la profondeur de la base de la zone convective vers des températures plus élevées permettrait d'expliquer la déplétion observée. Seulement, l'abon-

dance de ^{9}Be nous apprend que cette extension de la base de la zone convective du Soleil (par overshooting ou mélange) doit être inférieure à 10% à l'age solaire, sous peine de dépléter trop de ^{9}Be ou de ramener trop d'hélium 3 à la surface. De plus, il fut montré qu'un overshooting fixé trop important, ne permettait pas de reproduire la dépendance temporelle de la déplétion du lithium7. Conservant l'idée d'un mécanisme transportant le lithium un peu plus profondément dans l'étoile, certains auteurs proposent les ondes de gravité progressives pour expliquer l'absence de ^{7}Li, invoquant la turbulence provoquée par le flux différentiel de ces ondes (Garcià Lopez et Spruit 1991 et Montalbàn et Schatzman 1996). Mais il n'est pas encore clairement établi que ces ondes puissent avoir un effet de diffusion sur les éléments chimiques. D'autres invoquent un champ magnétique variable pour résoudre le problème (Ventura et al. 1998).
Comme nous l'avons indiqué dans la section précédente, l'absence de rotation dans les modèles standards peut être la raison de ce désaccord étant donné que celle-ci génére des instabilités (Pinsonneault et al. 1989, Chaboyer et al. 1995, Vauclair et Richard 1998, Zahn 1998, Brun, Turck-Chièze et Zahn 1998). Dans cette thèse, nous allons nous intéresser au cas d'un mélange dans la couche de transition entre zone convective/ zone radiative appelée tachocline induit par la rotation différentielle de la surface solaire.

7.3 Influence de la Tachocline

7.3.1 L'approche Physique

Nous avons mis en évidence, à partir des résultats héliosismiques et l'obtention des abondances de surface du ^{7}Li et ^{4}He, la nécessité d'introduire un mélange macroscopique dans les modèles solaires. Seulement, l'abondance en surface presque météoritique du ^{9}Be nous apprend, de plus, que ce mélange ne doit pas être trop profond dans la zone radiative sous peine de le détruire excessivement. La zone de transition (tachocline) entre la rotation différentielle de la région convective et la rotation solide de la partie radiative du Soleil, s'étend sur une distance $< 0.05\ R_\odot$ à l'âge actuel (Corbard et al. 1999 et fig 7.6).

Il est donc intéressant de connaître l'impact du mélange turbulent présent dans cette transition, en l'introduisant dans le modèle de référence. Par ailleurs, si l'on regarde le profil de vitesse du son du modèle de référence (fig 4.8) ou du modèle "opac. aug." (fig 6.4) on voit clairement une bosse localisée au niveau de la base de la zone convective (i.e 0.68 $R_\odot$) d'une extension identique à celle obtenue par inversion pour la tachocline.
Spiegel et Zahn (1992) ont donné une interprétation physique de la tachocline en invoquant une turbulence anisotrope, avec un transport plus vigoureux dans la direction horizontale que verticale. Une telle turbulence réduit la rotation différentielle et empêche la tachocline de s'étendre plus profondément dans la zone radiative. L'approche basée sur l'inhibition de l'extension de la tachocline par le champ magnétique de Gough et Sekii (1997) prédit elle aussi du mélange dans cette couche dont l'effet sur la composition chimique semble identique.

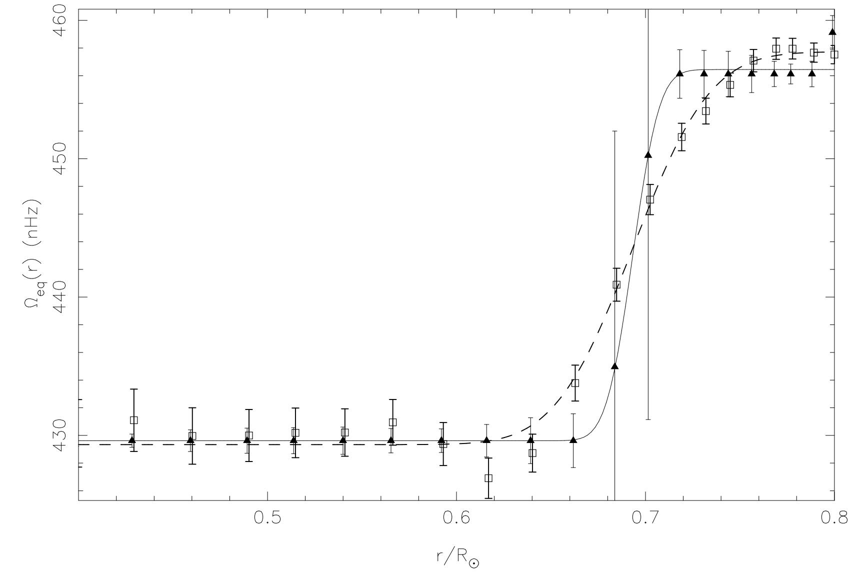


FIG. 7.6 – *Profil équatorial de la rotation solaire entre 0.4 $R_\odot$ et 0.8 $R_\odot$ obtenu avec LOWL par inversion. Les carrés donnent la solution RLS avec régularisation Tikhonov et les triangles une solution RLS avec régularisation non-linéaire, surimposés les ajustements par une fonction erf (Corbard et al. 1997)*

Afin de poser le problème, nous allons utiliser un repère en rotation (fig 7.7). Celle-ci introduit de nouveaux termes dans l'équation de conservation de l'impulsion. Soient un vecteur arbitraire $\vec{a}$ et un repère de référence tournant à la vitesse $\vec{\Omega}$. Le taux de variation temporelle du vecteur $\vec{a}$ sera perçu différement dans le repère tournant (R) ou dans un repère fixe (I), d'où (Pedlosky 1990):

$$\left(\frac{d\vec{a}}{dt}\right)_I = \left(\frac{d\vec{a}}{dt}\right)_R + \vec{\Omega} \times \vec{a} \tag{7.1}$$

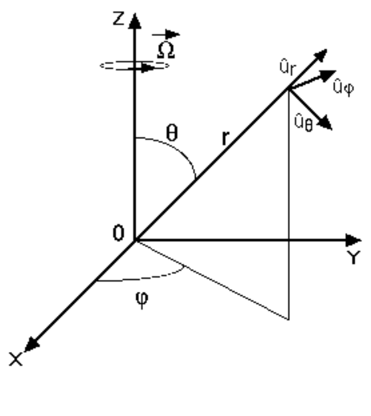


FIG. 7.7 – *Système de coordonnées sphériques (r,θ,φ) en rotation $\vec{\Omega} = \Omega\vec{u}_z$*

Soit un vecteur position $\vec{r}$ d'un élément fluide quelconque, on déduit de (7.1) que la vitesse de l'élément dans le repère fixe s'écrit: $\vec{u}_I = \vec{u}_R + \vec{\Omega} \times \vec{r}$. En appliquant une seconde fois la relation (7.1) à $\vec{u}_I$, on obtient:

$$\left(\frac{d\vec{u}_I}{dt}\right)_I = \left(\frac{d\vec{u}_I}{dt}\right)_R + \vec{\Omega} \times \vec{u}_I \quad (7.2)$$

$$= \left(\frac{d\vec{u}_R}{dt}\right)_R + 2\vec{\Omega} \times \vec{u}_R + \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) + \frac{d\vec{\Omega}}{dt} \times \vec{r}. \quad (7.3)$$

L'écart d'accélération perçu dans les deux repères I et R introduit trois termes supplémentaires, qui sont, l'accélération de Coriolis $2\vec{\Omega}\times\vec{u}_R$, l'accélération centrifuge $\vec{\Omega}\times(\vec{\Omega}\times\vec{r})$ et l'accélération due à la variation de la rotation elle-même.

Les équations hydrodynamiques dans un repère en rotation, deviennent:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}.(\rho \vec{V}) = 0 \quad (7.4)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}.\vec{\nabla})\vec{V} + 2\vec{\Omega} \wedge \vec{V} + \dot{\vec{\Omega}} \wedge \vec{r} \right)$$
$$= -\vec{\nabla} P - \rho \vec{\nabla} \Phi + \vec{\nabla}. \parallel \tau \parallel \quad (7.5)$$

$$\rho T \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}.\vec{\nabla} \right) S = \vec{\nabla}.(\chi \vec{\nabla} T) \quad (7.6)$$

où ρ, P et T ont leurs significations habituelles, $\vec{V} = (u, v, r\hat{\Omega} \sin\theta)$ est la vitesse locale dans le repère tournant (correspond à $\vec{u}_R$), $\hat{\Omega}$ la rotation différentielle, S l'entropie spécifique, $\parallel \tau \parallel$ le tenseur des contraintes visqueuses, et Φ le potentiel gravitationnel.
De manière à résoudre le système d'équations, nous utilisons les coordonnées sphériques et appliquons certaines hypothèses simplificatrices:

- le champ de vitesse est axisymétrique $\vec{V} = \vec{V}(r, \theta, t)$
- les vitesses sont très inférieures à celle du son: $\partial\rho/\partial t$ est négligeable (approximation anélastique)
- la force centrifuge est négligée
- les termes d'advection $(\vec{V}.\vec{\nabla})\vec{V}$, sont petits devant la force de Coriolis (nombre R_o petit)
- la tachocline est mince comparée à l'échelle de pression λ_p
- les forces visqueuses sont petites devant la force de Coriolis (nombre E petit).

Une fois chaque variable séparée en sa valeur moyenne sur la sphère et une perturbation, c'est à dire, $T(r, t) + \hat{T}(r, \theta, t)$, la forme linéarisée du système d'équations, à l'état stationnaire ($\partial/\partial t = 0$) est (Spiegel et Zahn 1992):

$$\begin{aligned}
\frac{\hat{P}}{P} &= \frac{\hat{\rho}}{\rho} + \frac{\hat{T}}{T} \text{ équation d'état} \\
\frac{1}{\rho}\frac{\partial \hat{P}}{\partial r} &= g\frac{\hat{T}}{T} \text{ équilibre hydrostatique} \\
-2\Omega r x \hat{\Omega} &= \frac{1}{\rho r}\frac{\partial \hat{P}}{\partial x} \text{ balance géostrophique} \\
2\Omega x \frac{\partial \Psi}{\partial r} &= \rho \frac{\partial}{\partial x}\left[\nu_H (1-x^2)\frac{\partial \hat{\Omega}}{\partial x}\right] \\
&\text{diffusion et advection moment cinétique} \\
\frac{N^2}{g}\frac{T}{\rho r^2}\frac{\partial \Psi}{\partial x} &= \frac{1}{\rho c_p r^2}\left[\chi r^2 \frac{\partial \hat{T}}{\partial r}\right] \\
&\text{diffusion et advection de la chaleur}
\end{aligned} \tag{7.7}$$

où $x = \cos\theta$, ν_H est la viscosité turbulente horizontale ($\nu_H >> \nu_V$) et Ψ la fonction de courant pour le flot méridien:

$$r^2 \rho u = \frac{\partial \Psi}{\partial x} \text{ , } r\rho \sin\theta v = \frac{\partial \Psi}{\partial r} \tag{7.8}$$

Ensuite, nous projetons les variables du système d'équations décrivant la tachocline sur les fonctions propres horizontales F_i, solutions de l'équation différentielle du quatrième ordre obtenue pour une tachocline turbulente dominée par une viscosité turbulente horizontale (i.e $\nu_H >> \nu_V$) (c.f equation (5.6) de Spiegel et Zahn (1992) et fig 7.8):

$$\begin{aligned}
(\hat{P}, \hat{T}, u) &= \sum_i (\tilde{P}_i, \tilde{T}_i, u_i) F_i(x) \\
\Psi &= \sum_i \tilde{\Psi}_i \int F_i(x) dx \\
x\hat{\Omega} &= \sum_i \tilde{\Omega}_i \frac{dF_i}{dx}
\end{aligned}$$

Le terme dominant du développement est $i = 4$ pour les fonctions propres paires, mais nous garderons également les termes en $i = 6$ et $i = 8$ (c.f valeur des coefficients $Q_i = \tilde{\Omega}_i(0)/\Omega$ p 136).

L'étape finale consiste à relier la vitesse verticale à la rotation différentielle. Le but étant d'obtenir une expression analytique pour la vitesse turbulente verticale présente dans la tachocline $u(r)$, afin d'en déduire une expression pour notre coefficient turbulent D_T décrivant le mélange turbulent présent dans cette couche (c.f eq 7.13 et 7.14 et Chaboyer et Zahn (1992)).

Le réarrangement du système (7.7), nous conduit à une équation différentielle du quatrième ordre pour $\tilde{\Omega}$ (equation (5.14) de Spiegel et Zahn (1992)) dont une solution analytique peut être trouvée en considérant les grandeurs physiques constantes sur l'épaisseur de la tachocline.

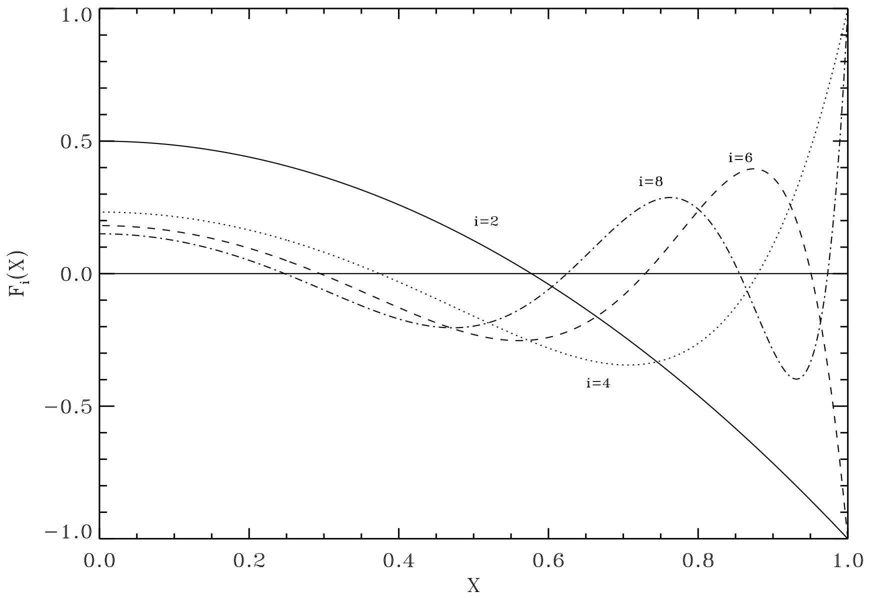


FIG. 7.8 – *Fonctions propres horizontales ($x = \cos\theta$) solutions de l'équation du quatrième ordre décrivant la tachocline turbulente (eq 5.6 de Spiegel et Zahn (1992))*

On obtient alors pour la rotation différentielle la solution suivante (pour des raisons de clarté nous n'exprimons que le terme dominant $i = 4$):

$$\tilde{\Omega}_4(\zeta) = Q_4\Omega\sqrt{2}\exp(-\zeta)cos(\zeta - \pi/4) \tag{7.9}$$

où $Q_4 = \tilde{\Omega}_4(0)/\Omega$, $\zeta = \mu_i(r_{bcz} - r)/d$, $d = r_{bcz}(2\Omega/N)^{1/2}(4K/\nu_H)^{1/4}$ est un paramètre relié à l'épaisseur de la tachocline h, $\mu_4 = 4.933$, $\mu_6 = 7.680$, $\mu_8 = 10.356$, r_{bcz} le rayon, N la fréquence de Brunt-Väisälä et $K = \chi/\rho c_p$ la diffusivité radiative à la base de la zone convective. Comme l'héliosismologie inverse le profil de rotation (c.f fig 7.6), le premier zéro de l'équation (eq 7.9) donne l'épaisseur de la tachocline correspondante, c'est à dire, $h = \frac{3\pi}{4\mu_4}d \sim d/2$. Notre paramètre d correspond donc approximativement au double de l'extension de la tachocline. Approximant la fonction courant par $u_4 = \tilde{\Psi}_4/\rho r^2$ et utilisant la conservation du moment cinétique, nous relions la fonction courant à la rotation différentielle:

$$\frac{\partial\tilde{\Psi}_4}{\partial r} = \frac{1}{2}\nu_H\rho(\mu_4)^4\frac{\tilde{\Omega}_4}{\Omega} \tag{7.10}$$

En introduisant l'expression de $\tilde{\Omega}_4$ dans l'équation, nous obtenons finalement la dépendance radiale suivante pour u_4 après intégration:

$$u_4(r) = \frac{1}{2}\frac{\nu_H d}{r_{bcz}^2}\mu_4^3 Q_4\exp(-\zeta)cos(\zeta). \tag{7.11}$$

À partir de cette expression, nous allons donc pouvoir décrire les mouvements présents dans la tachocline et le mélange des espéces chimiques qui en résulte.

Afin de mieux visualiser les mouvements présents dans cette couche de transition, nous représentons, figure (7.9), le résultat d'une simulation 2D de la tachocline turbulente obtenu par Elliott (1997). On y voit clairement les deux cellules tournant en sens inverse (partie droite) pénétrant la zone radiative et étendant le mélange des espèces chimiques au-delà de la zone convective.

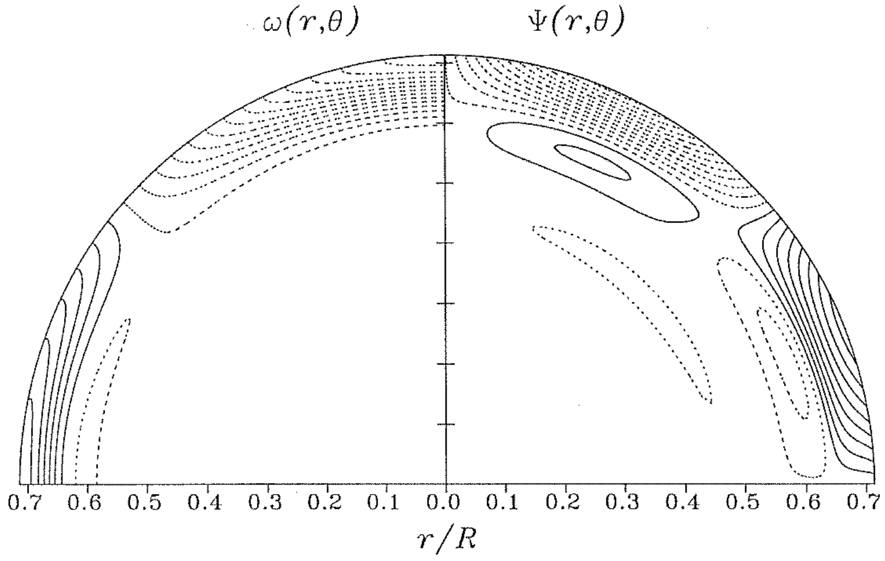


FIG. 7.9 – *Modélisation 2D de la tachocline. À gauche la vitesse de rotation (le pôle tournant plus lentement) et à droite la fonction de courant (ligne continue pour une circulation dans le sens des aiguilles d'une montre) (Elliott 1997).*

Il est à noter que nous avons utilisé une hypothèse supplémentaire pour obtenir cette solution analytique des équations caractérisant la tachocline (eq 7.7), en considérant qu'aucune grandeur physique ne varie sur l'épaisseur de celle-ci (Spiegel et Zahn 1992). L'idéal serait d'intégrer l'équation différentielle (5.14) de Spiegel et Zahn (1992), en tenant compte de la variation des grandeurs physiques, ce qui sera prochainement réalisé. Nous ne donnons dans cette approche analytique que l'ordre de grandeur du mélange présent dans la tachocline et son impact sur la structure du modèle solaire.

La manière la plus simple d'introduire un mélange turbulent dans les modèles est d'ajouter un terme turbulent D_T à la partie diffusive de l'équation pour l'évolution temporelle de la composition chimique X_i (comme pour le modèle mélangé chapitre 5). L'équation (4.1) devient alors:

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = -\frac{\partial 4\pi\rho r^2 X_i V_i}{\partial m} + \text{termes nucléaires}, \tag{7.12}$$

où la vitesse V_i de l'espèce i par rapport au centre de masse est:

$$V_i = -4\pi\rho r^2 (D_i + D_T)\frac{\partial \ln X_i}{\partial m} + v_i. \tag{7.13}$$

Nous allons maintenant étudier le mélange qui apparait dans la couche de cisaillement, connectant la rotation différentielle de la zone convective à la rotation solide de l'intérieur radiatif. La diffusion anisotrope évoquée pour arrêter l'extension de la tachocline dans la zone radiative va aussi interférer avec le transport advectif des éléments chimiques. Chaboyer et Zahn (1992) ont démontré que le résultat est un transport diffusif dans la direction verticale, avec une diffusivité effective donnée par:

$$D_T = \frac{r^2}{D_H} \sum_n \frac{U_n^2(r)}{n(n+1)(2n+1)} \tag{7.14}$$

où U_n sont les coefficients du développement de la composante verticale de la vitesse u sur les polynômes de Legendre $P_n(x)$. Les fonctions propres F_i précédemment introduites peuvent être projetées sur les polynômes de Legendre, ce qui donne pour $i = 4$, 6 et 8:

$$D_T = \frac{r^2}{D_H} \left[\left(\frac{8}{3}\right)^2 \frac{u_4^2(r)}{180} + \left(\frac{16}{5}\right)^2 \frac{u_6^2(r)}{546} + \left(\frac{128}{35}\right)^2 \frac{u_8^2(r)}{1224} \right] \tag{7.15}$$

En remplaçant u_4 par (7.11) (idem pour $i = 6$ et $i = 8$), on obtient l'expression suivante pour la diffusivité verticale (voir fig 7.10):

$$D_T(r) = \frac{1}{180} \frac{1}{4} \left(\frac{8}{3}\right)^2 \nu_H \left(\frac{d}{r_{bcz}}\right)^2 \mu_4^6 \, Q_4^2 \exp(-2\zeta) cos^2(\zeta) + \text{ termes en n=6 et 8} \tag{7.16}$$

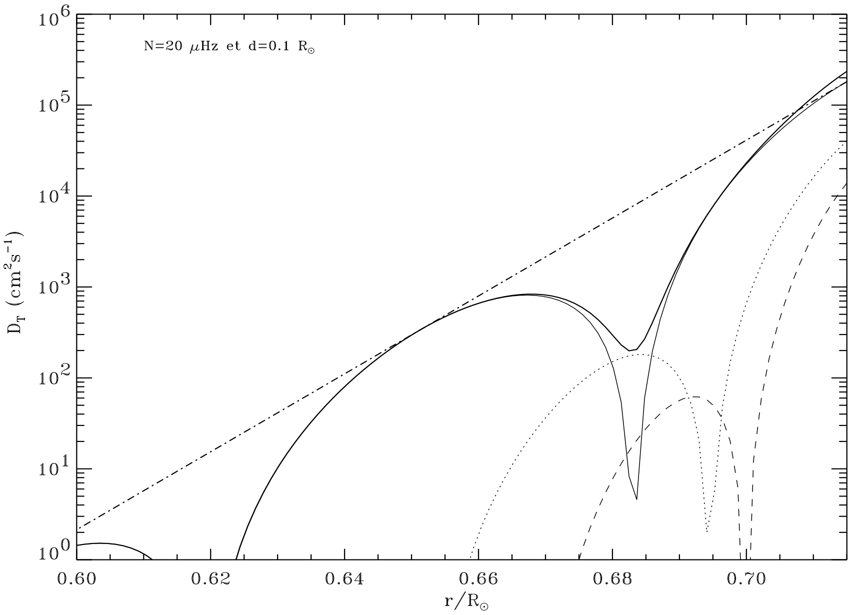


FIG. 7.10 – *Coefficient turbulent D_{TB} sans le terme en cosinus (tiret point) et puis avec le cosinus: somme des termes (ligne continue épaisse), i=4 (ligne continue), i=6 (point) et i=8 (tiret)*

Dans les modèles solaires que nous présentons section suivante, nous traitons la variable reliée à l'épaisseur de la tachocline d comme un paramètre ajustable, de manière à s'accorder sur les observations héliosismiques pour lesquelles h est inférieur à 0.05 $R_\odot$ (Corbard et al. 1999). À partir de la dépendance latitudinale de Ω, $\Omega_{bcz}/2\pi = 456 - 72x^2 - 42x^4$ nHz (Thompson et al. 1996 et fig 3.8), les coefficients numériques Q_i valent -1.707×10^{-2} pour $i = 4$, 3.099×10^{-3} pour $i = 6$ et -9.69×10^{-4} pour $i = 8$. Le rapport entre la rotation de la zone radiative et celle de l'équateur prédit par le modèle de tachocline de Spiegel et Zahn (1992) devient $\Omega/\Omega_0 = 0.9104$. Les observations héliosimiques donnent pour la valeur du rapport entre la rotation de la zone radiative et celle de l'équateur 0.94 ± 0.1 (Corbard et al. 1999), en accord avec notre prédiction théorique et celle de Gough et Sekii (1997) (i.e ~ 0.96). Il semble qu'actuellement l'inversion de la rotation ne nous permette pas encore de trancher entre ces deux approches théoriques.

Nous avons donc maintenant obtenu la dépendance radiale du coefficient turbulent nous permettant de décrire le mélange présent dans la tachocline. Or, nous savons que la rotation globale, ainsi que différentielle, varie au cours du temps. Il est donc naturel d'introduire une dépendance temporelle dans l'expression du coefficient (7.16). Une analyse de la dépendance par rapport à la rotation globale Ω et différentielle $\hat{\Omega}$ nous donne pour d (i.e h) et D_T (on rappelle que $Q_i \propto \hat{\Omega}/\Omega$):

$$D_T \propto \Omega \nu_H^{1/2} (\hat{\Omega}/\Omega)^2 \ , \ d \propto \Omega^{1/2}/\nu_H^{1/4}$$

En considérant la viscosité turbulente comme étant proportionnelle à la rotation différentielle (i.e $\nu_H \propto \hat{\Omega}$) et en utilisant la dépendance temporelle pour la rotation différentielle observée par Donahue, Saar et Baliunas (1996) ($\hat{\Omega} \propto \Omega^{0.7\pm0.1}$), on trouve finalement:

$$D_T \propto \Omega^{0.75\pm0.25} \ , \ d \propto \Omega^{(1.3\pm0.1)/4}$$

Il ne nous reste plus qu'à utiliser, lors de l'évolution temporelle de notre modèle solaire, une loi nous donnant $\Omega(t)$ (type Skumanich (1972)), et obtenir ainsi une dépendance radiale et temporelle de notre mélange dans la tachocline $D_T(\Omega(t))$ et de son extension $d(\Omega(t))$ (i.e $h(\Omega(t))$).

À partir de l'expression du coefficient turbulent (7.16), nous avons calculé plusieurs modèles en variant les différents paramètres à notre disposition, c'est à dire la valeur de d et de N, ainsi qu'en introduisant, ou non, la dépendance temporelle. La raison pour laquelle nous utilisons différentes valeurs pour N, est liée au fait que, de toutes les grandeurs physiques, c'est celle qui varie le plus dans la tachocline, passant d'une valeur inférieure à zéro à une valeur proche de 200 μHz (fig 3.1). Nous testons alors l'influence de cette variable sur l'efficacité du mélange, en ayant bien conscience des limitations de notre hypothèse de constance des grandeurs physiques sur l'épaisseur de la tachocline.

Notre volonté de suivre le problème du lithium 7, nous a amené à calculer des modèles comprenant une PMS. Dans le code CESAM, on prend durant cette phase l'énergie venant de la contraction gravitationnelle $\epsilon_G \sim -T\partial S/\partial t$. Au départ de la ligne de Hayashi, l'étoile est complétement convective $\Rightarrow$ l'entropie S =cte le long de l'étoile (voir par exemple Kippenhahn et Weigert 1994). D'où l'on peut exprimer la luminosité de l'étoile comme:

$$\frac{\partial L}{\partial M} = \epsilon_G \sim -T\frac{\partial S}{\partial t} = cT$$

avec $c(t)$ la "constante" de contraction. En changeant c, on peut modifier le point de départ dans le diagramme HR. En faisant deux modèles (R_1,L_1,R_2 et L_2), on obtient un pas temporel correct pour suivre l'évolution, c'est à dire:

$$\Delta t \sim 2GM^2\frac{|R_1 - R_2|}{(L_1 + L_2)R_1 R_2}$$

et $c \sim (c_1 + c_2)/2$ et $c_2 \sim 1.1c_1$ (Morel 1997). Une valeur typique pour la constante de contraction est $c_1 = 2 \times 10^{-2}\ L_\odot\ M_\odot^{-1}\ K^{-1}$. Nous avons donc calculé un modèle de référence en tenant compte de la PMS ainsi que des résultats d'intercomparaison entre les différents modèles solaires, notamment les opacités OPAL96 du package Houdek et un âge de 4.55 milliards d'années (Turck-Chièze et al. 1998a). Dans la section suivante, nous présentons nos résultats.

7.3.2 Analyse des Résultats

Une partie de notre analyse est présentée dans la publication (Brun, Turck-Chièze et Zahn 1998). Dans cette première étude, n'incluant pas de dépendance temporelle du coefficient de diffusion turbulente caractérisant le mélange dans la tachocline, nous avons obtenu les résultats suivants:

- un profil de composition plus lisse à la base de la zone convective (fig 7.11),
- l'augmentation de d augmente la zone de mélange légérement,
- une forte diminution de N augmente fortement le mélange et la zone efficace de mélange des espèces chimiques (coefficient D_{T3} ($N = 50$, $d = 0.05$), inhibant jusqu'à 25% de la diffusion de l'hélium4 par rapport au modèle de référence (i.e $Y_{surf} = 0.243$) (fig 7.11),
- l'hélium initial est plus faible qu'avec un modèle purement diffusif ($Y_0 < 0.27$),
- l'influence de d ou N sur l'abondance en surface d'hélium 4 est sensiblement identique, seulement N a un intervalle de variation plus important que d dont l'héliosismologie contraint la valeur,
- la calibration pour un Z/X fixe, modifie l'impact du mélange dû à la tachocline sur la structure en introduisant un effet d'opacité lié aux éléments lourds (c.f fig 7.13 et chapitre 6),
- le pic sur le profil de la vitesse du son est bien réduit (fig 7.12),
- le flux de neutrinos est légèrement réduit, à cause de l'inhibition de la diffusion de l'hélium 4 ainsi qu'à une baisse de la température centrale.

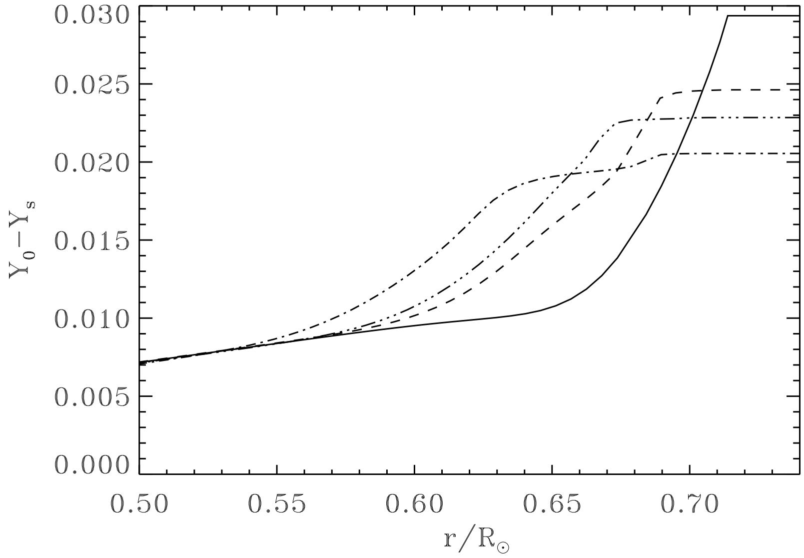


FIG. 7.11 – *Composition d'hélium pour le modèle de référence (ligne pleine) et des modèles incluant un mélange turbulent dû à la tachocline D_{TAt} ($d = 0.1$ et $N = 100$) (- - -), D_{TBt} ($d = 0.1$ et $N = 20$) (tiret point) and D_{TCt} ($d = 0.05$ et $N = 20$) (tiret trois points).*

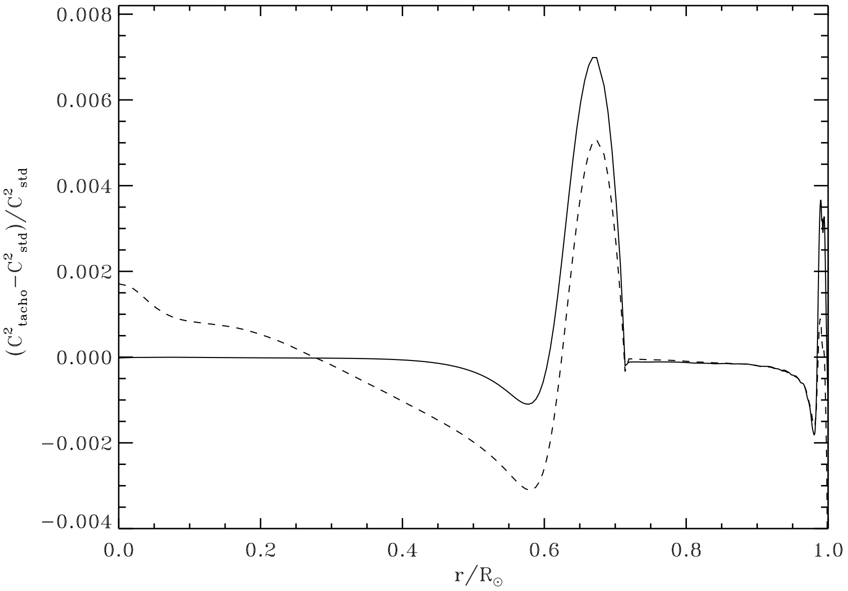


FIG. 7.12 – *Différence du carré de la vitesse du son entre le modèle de référence et deux modèles avec un mélange turbulent dû à la tachocline D_{TB} ($N = 20$, $d = 0.1$): calibré en Z/X (- - -) et non calibré $Z_0 = Z_0^{std} = 0.01957$ (ligne continue).*

Sur les figures (7.11 et 7.13), on voit clairement que le profil d'abondance est plus lisse à la base de la zone convective pour un modéle solaire incluant un mélange lié à la tachocline que pour le modéle de référence. Le profil en marche pour les modéles avec mélange, vient du fait que le coefficient D_T comprend un cosinus et posséde donc une forme "oscillante" (c.f 7.10) en accord avec les résultats de la simulation d'Elliott (1997). Il se peut que la prise en compte d'une viscosité turbulente horizontale constante sur l'épaisseur de la tachocline induise un

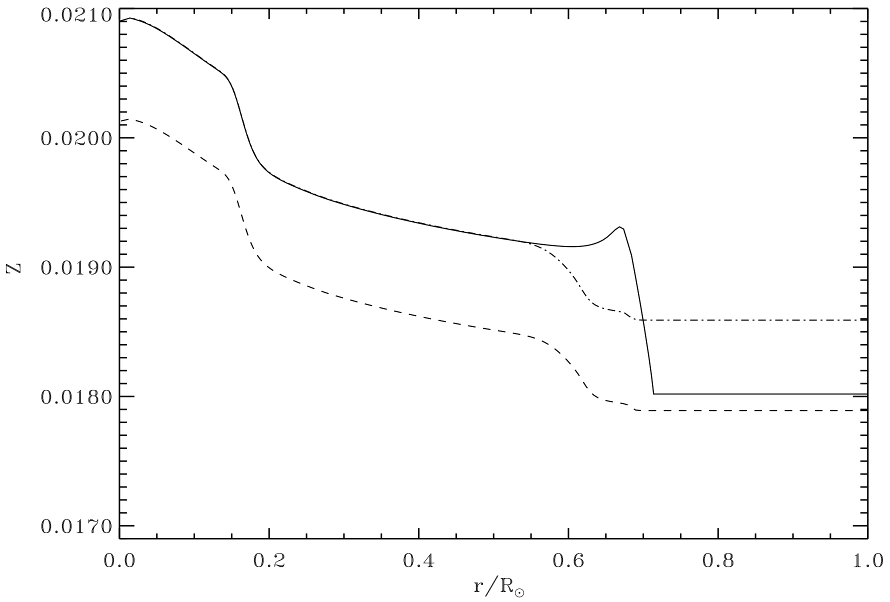


FIG. 7.13 – *Profil de composition en éléments lourds Z en fonction de r pour le modèle de référence (ligne continue) et deux modèles incluant un mélange turbulent dû à la tachocline:* D_{TB} *(*$N = 20$*,* $d = 0.1$*): calibré en Z/X (- -) et non calibré* $Z_0 = Z_0^{std} = 0.01957$ *(-.-).*

tel comportement. On remarque également, figure (7.13), que la non calibration en Z/X du modèle D_{TBzxl} modifie la composition chimique en augmentant l'opacité κ et donc améliore l'accord avec l'héliosismologie et efface presque entiérement la bosse près de $r = 0.68\ R_\odot$ tout en restant dans les barres d'erreurs observationnelles (i.e Z/X=0.0245±0.002) (fig 7.12 et table 7.1).

La table (7.1) récapitule les grandeurs caractéristiques des modèles et la table (7.2) est concernée principalement par les abondances de surface de l'hélium 3, de l'hélium 4, du lithium 7 et du beryllium 9. On voit clairement sur ces deux tables, que l'introduction de ce mélange turbulent lié à la rotation, améliore les abondances de surface de ^4He ($Y_{surf} \in [0.246, 0.248]$) en la rapprochant de la valeur de 0.0249 ± 0.003 de Basu et Antia (1995) sans réduire l'abondance de ^{9}Be, autrement que par l'effet de la diffusion non turbulente comme observée par Balachandran et Bell (1997). De même, la variation faible ($\sim 2\%$) du rapport d'abondance $(^3He/^4He)_s$ sur les 3 derniers milliards d'années est en parfait accord avec les observations faîtes par Geiss et Gloeckler (1998). Par contre, la réduction de l'abondance de surface du ^{7}Li par un facteur $\sim 2-4$, n'est toujours pas suffisante. Comme l'efficacité de notre mélange dépend de la rotation (i.e $D_T \propto \Omega^{0.75\pm0.25}$), on s'attend à ce que ce mécanisme macroscopique soit plus efficace quand l'étoile tournait plus rapidement. De plus, on vérifie toujours, figure (7.12), que le profil de vitesse du son est modifié de manière à aplatir la bosse observée à 0.68 $R_\odot$ (c.f fig 7.14). L'augmentation de la composition d'hélium en surface remonte un peu la base de la zone convective, tout en restant compatible avec l'observation.

TAB. 7.1 – *Quantités thermodynamiques et prédictions du flux de neutrinos du modèle de référence réactualisé et des modèles incluant un mélange lié à la tachocline indépendant ou dépendant du temps (ajout de t pour le coefficient). Variables identiques à la table 4.4.*

Paramêtres	référence	D_{TB}	D_{TAt}	D_{TBt}	D_{TBtzxl}	D_{TCt}
Opacités	OPAL/A	OPAL/A	OPAL/A	OPAL/A	OPAL/A	OPAL/A
Diffusion	oui	oui	oui	oui	oui	oui
Age (Gyr)	4.55	4.55	4.55	4.55	4.55	4.55
d $(r/R_\odot)$	-	0.1	0.1	0.1	0.1	0.05
N (μHz)	-	20	100	20	20	20
$(Z/X)_s$	fixé	fixé	fixé	fixé	libre	fixé
α	1.760	1.7378	1.7464	1.7357	1.7485	1.7419
Y_0	0.2726	0.2694	0.2705	0.2691	0.2726	0.2699
Z_0	0.01957	0.01889	0.01911	0.01884	0.01957	0.0190
$(Z/X)_0$	0.0276	0.0265	0.0269	0.0264	0.0276	0.0267
Y_s	0.2432	0.2481	0.2459	0.2486	0.2519	0.2471
Z_s	0.01802	0.0179	0.01793	0.01789	0.01859	0.01792
$(Z/X)_s$	0.0245	0.0245	0.0245	0.0245	0.0255	0.0245
$R_{bzc}/R_\odot$	0.7139	0.716	0.7152	0.7163	0.7147	0.7157
$T_{bzc} \times 10^6$ (K)	2.184	2.168	2.174	2.167	2.186	2.171
Y_c	0.638	0.6339	0.6351	0.6336	0.6377	0.6345
Z_c	0.0209	0.02019	0.02042	0.02013	0.02091	0.02030
$T_c \times 10^6$ (K)	15.69	15.64	15.66	15.64	15.69	15.65
ρ_c (g/cm^3)	152.3	151.9	152.0	151.9	152.3	151.9
^{71}Ga (SNU)	126.6	124.7	125.2	124.5	126.5	124.9
^{37}Cl (SNU)	6.95	6.61	6.72	6.59	6.95	6.66
^{8}B (10^6/cm^2/s)	4.91	4.65	4.73	4.63	4.91	4.69

Sur la figure (7.15) et table (7.2), on remarque que l'introduction du mélange réduit l'abondance de surface du lithium7, par rapport au modèle non diffusif ou de référence. On voit également, que la dépendance temporelle (courbe grand tiret) augmente efficacement le brûlage du ^{7}Li durant toute l'évolution de l'étoile, atteignant une composition de surface proche de l'observation (réduite de $\sim$ 100 par rapport à la valeur initiale). Cela confirme

TAB. 7.2 – *Variation du rapport d'abondance $^3He/^4He$ sur les 3 derniers milliards d'années, abondances de surface de l'^4He et rapport d'abondance initiale/surface pour ^7Li et ^9Be à l'âge solaire $t = 4.55\ 10^9$ ans*

	Obs	Réf	D_{TA}	D_{TB}	D_{TAt}	D_{TBt}	D_{TBtzxl}	D_{TCt}
$d\ (r/R_\odot)$	< 0.1	-	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.05
N (μHz)	-	-	100	20	100	20	20	20
$(^3\mathrm{He}/^4\mathrm{He})_s$	max 10%	2.05%	2.42%	2.01%	2.17%	2.03%	2.0%	2.13%
$^4\mathrm{He}_s$	0.249±0.003	0.2432	0.2456	0.2481	0.2459	0.2486	0.2519	0.2471
$^7\mathrm{Li}_i/^7\mathrm{Li}_s$	∼100	∼5	∼6	∼20	∼9	∼91	∼132	∼79
$^9\mathrm{Be}_i/^9\mathrm{Be}_s$	1.10±0.03	1.11	1.092	1.085	1.092	1.126	1.14	1.093

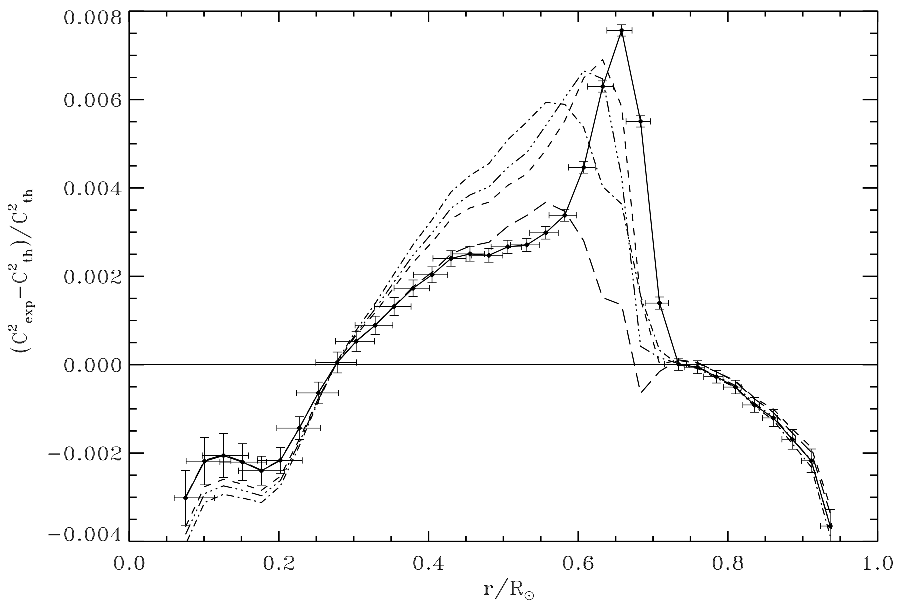


FIG. 7.14 – *Effet de l'introduction du mélange lié à la tachocline sur le profil de vitesse du son. Modèle de référence (ligne pleine + barres d'erreur données GOLF+MDI), les modèles avec un coefficient turbulent, calibrés en $(Z/X)_s$: D_{TAt} ($d = 0.1$, $N = 100$) (tiret), D_{TBt} ($d = 0.1$, $N = 20$) (tiret point), D_{TCt} ($d = 0.05$, $N = 20$) (tiret trois points) et un modèle avec le coeffcient D_{TBt} et une composition en éléments lourds $Z_0 = Z_0^{std} = 0.01957$ (grand tiret).*

l'efficacité de notre mécanisme pour détruire le lithium7. Figure (7.16), nous représentons le profil en fonction de r et T (approximatif) du ^{9}Be et du ^{7}Li pour différents modèles. On voit clairement que notre mélange n'affecte pas la distribution du ^{9}Be (excepté l'applatissement dû au mélange turbulent par rapport au modèle diffusif pur), alors qu'il modifie le profil du ^{7}Li. L'écart de température de brûlage entre les deux éléments suffit à modifier l'impact du mélange sur leur abondance. De tous les éléments, le lithium est celui qui a la plus grande

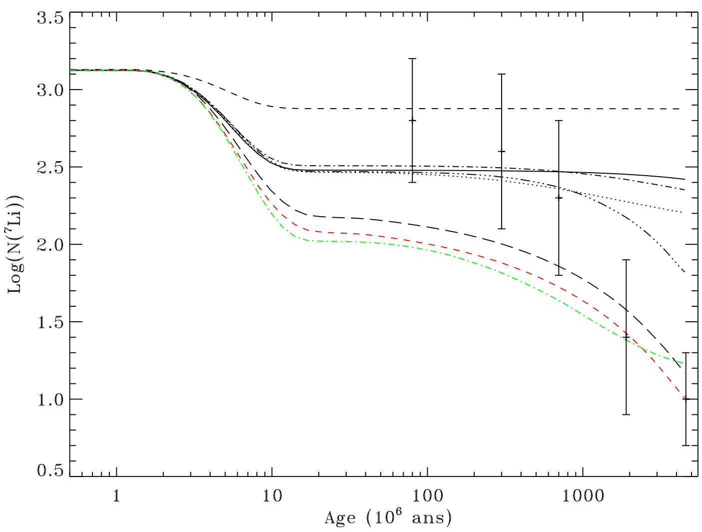


FIG. 7.15 – *Déplétion du ^7Li au cours du temps pour un modèle sans diffusion (- - -), avec diffusion (ligne continue) et mélange tachocline avec le coefficient D_{TA} (tiret point), D_{TB} (tiret trois points), puis dépendant du temps D_{TAt} (points), D_{TBt} (grand tiret), D_{TCt} (tiret point clair) et D_{TBtzxl} (tiret clair, $(Z/X)_s$ non calibré). On a surimposé les observation d'amas ouverts (barres d'erreur): (αPer: Balachandran et al. (1996); Pleiades: Soderblom et al. (1993b); UMaG: Soderblom et al. (1993a); Hyades: Thorburn et al. (1993); NGC752: Balachandran (1995) (adapté de Vauclair et Richard 1998). Nous vérifions que notre mélange peut réduire significativement l'abondance de surface du ^7Li à l'âge solaire.*

proportion de son abondance localisée près de la base de la zone convective. Dès lors, un mélange dans cette zone l'affecte grandement alors que les autres espèces ne subissent pas le même sort.
On constate également que le flux de neutrinos peut être réduit légérement par l'introduction de ce mélange, surtout pour les modèles dépendants du temps.

On remarque également que l'introduction de la dépendance temporelle inhibe plus encore la diffusion de l'hélium ($Y_{surf} \sim 0.249$). Des différents modèles, on peut déduire l'incertitude sur la valeur d'hélium initial obtenue avec le modèle diffusif, i.e. $Y_0 = 0.273 \pm 0.004$ (voir aussi chapitre 6 et 7). Cette incertitude nous apprend que l'enrichissement galactique en hélium est de l'ordre de $12 \pm 2\%$.
L'étude du problème du lithium 7 est également directement reliée au taux de réaction $^7Li(p,\alpha)^4He$. Dans cette thèse, nous avons utilisé le taux de réaction présent dans la compilation de Caughlan et Fowler (1988). Une expérience plus récente semble indiquer que ce taux (via le facteur astrophysique $S(0)$) est un peu faible (c.f Engstler et al. 1992). L'introduction de ce nouveau taux, dans le cas du coefficient dépendant du temps D_{TBt}, réduit l'abondance de surface du lithium 7 par plus de 40%, portant le rapport d'abondance initiale/surface à ~ 130. Il est donc crucial de bien connaître ce taux si l'on veut étudier la sous abondance de cet élément. Ce résultat conforte l'idée qu'il y a bien destruction de lithium 7 dans la

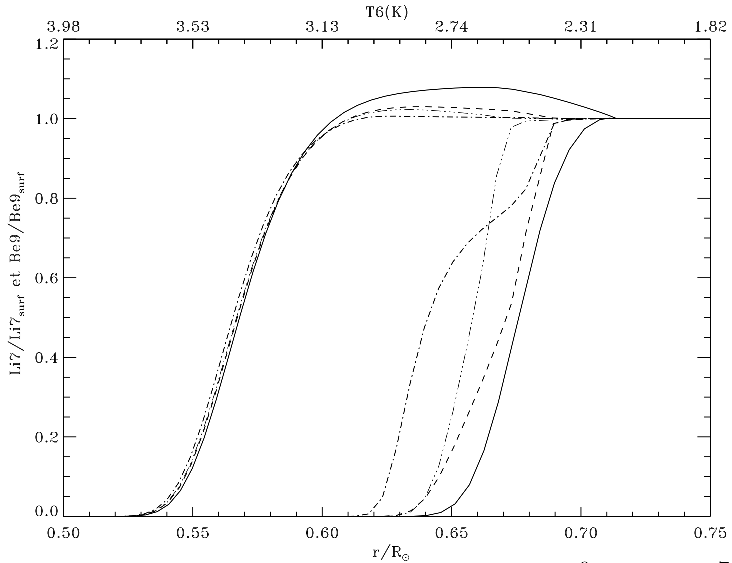


FIG. 7.16 – *Profil en fonction de r et T (approximatif) du ^{9}Be et du ^{7}Li pour différents modèles. Légende pour ^{9}Be et ^{7}Li: référence (ligne continue), coefficients D_{TAt} (tiret), D_{TBt} (tiret point) et D_{TCt} (tiret trois points).*

tachocline solaire.

7.4 Conclusion

L'introduction de ce mélange lié à la tachocline, améliore les résultats d'ensemble de notre modèle solaire. Pour la première fois, nous arrivons à obtenir un modéle solaire où les abondances de surface semblent toutes compatibles avec les observations. Cela confirme l'idée qu'il faut introduire l'aspect dynamique du Soleil pour s'accorder avec les données concernant l'abondance de surface et l'héliosismologie. On remarque également que le flux de neutrinos peut être réduit par l'introduction de tel mélange, inhibant la diffusion de l'hélium vers les parties centrales. Ce point est important, car toutes les études concernant le flux de neutrinos se font dans le cadre de modèles standards n'incluant pas de mélanges macroscopiques. Or, nous montrons dans ce chapitre que si l'on oublie un processus dans notre modélisation du Soleil, alors nos conclusions sur la structure de son cœur et sur les incertitudes théoriques de nos modèles sont biaisés. Bien sûr ce modèle n'est pas parfait, et le profil un peu particulier de la vitesse du son dans nos modèles incluant le mélange dans la tachocline, indique qu'il y a peut être encore un autre processus qui agit plus profondément dans la zone radiative, comme par exemple la circulation méridienne.

Chapitre 8

Traitement des Couches Superadiabatiques

Sommaire

8.1 Introduction 145
8.2 Raccord Structure-Atmosphère 146
8.3 Rôle de la Pression Turbulente 149
8.4 Conclusion 158

8.1 Introduction

Les couches superadiabatiques correpondent aux couches très surperficielles, où l'energie n'est plus transportée uniquement par convection, mais aussi de nouveau, significativement par radiation. La quantité $\nabla - \nabla_{ad}$ possède alors un aspect très caractéristique et piqué (voir fig 8.1). Cette région du Soleil ($r > 0.999 R_{\odot}$) est devenue importante pour la modélisation dès qu'il a fallu prédire des fréquences pour les modes acoustiques. En effet, nous avons vu chapitre 3, que les modes acoustiques sont excités et réfléchis dans cette région de l'étoile. Dès lors, tout calcul précis de fréquences demande un traitement des couches externes propres. Nous avons aussi remarqué, chapitre 4 (voir Brun et al. 1997), qu'une mauvaise description de l'atmosphère et du raccord avec la structure interne dégrade le calcul des fréquences des modes acoustiques. Cela se passe principalement au dessus de 2.2 mHz, et un zoom, sur la région de réflexion externe des modes acoustiques (c.f fig 8.2), permet de mieux en comprendre la raison.

On remarque sur ce graphe, que la fréquence de coupure ω_c (c.f chapitre 3 et Christensen-Dalsgaard 1997) a un comportement très oscillant près de 1 $R_{\odot}$ pour les fréquences dépassant 2.2 mHz alors qu'en dessous elle est lisse.
Le but de ce chapitre est de décrire le traitement de cette zone dans nos modèles et d'étudier le rôle qu'y joue la turbulence à partir d'une description basée sur la théorie de la longueur

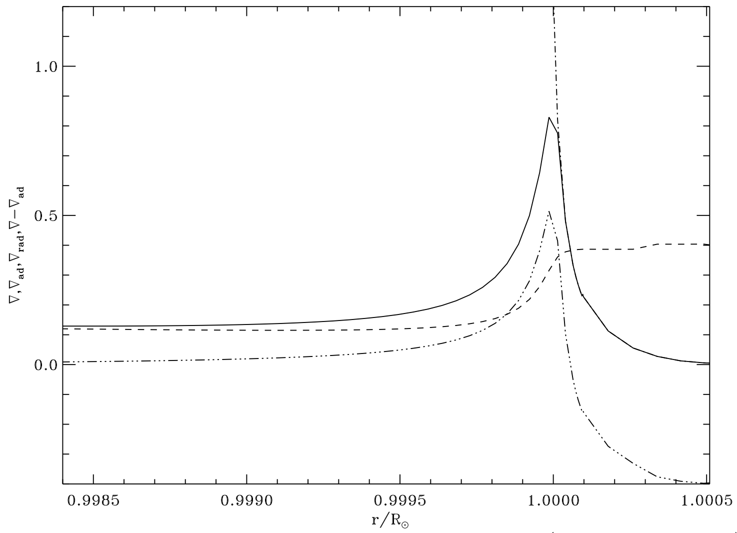


FIG. 8.1 – *Zoom près de 1 $R_\odot$ des différents gradients ∇ (ligne continue), ∇_{ad} (- -), ∇_{rad} (-.-) et du gradient superadiabatique ∇-∇_{ad} (-...-) (obtenus à partir du modèle de référence).*

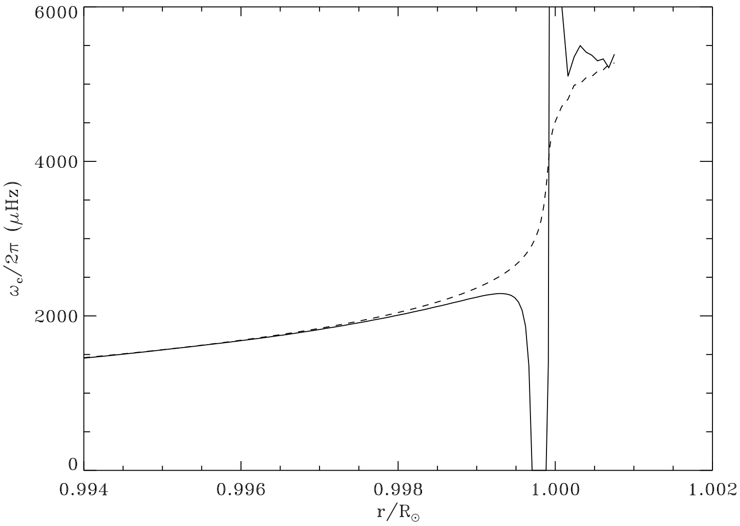


FIG. 8.2 – *Zoom près de 1 $R_\odot$ de la fréquence de coupure ω_c et de son approximation isotherme (- - -) (obtenue à partir du modèle de référence).*

de mélange ou MLT. On pourra aussi regarder Demarque et al. (1998) qui ont modifié les opacités atmosphériques et le traitement de la convection (Canuto et Mazitelli 1991) pour tester la sensibilité de cette région à d'autres processus.

8.2 Raccord Structure-Atmosphère

Comme les oscillations acoustiques sont excitées dans cette région très superficielle de l'étoile, où les granules ont un temps caractéristique comparable à 5 minutes, le raccord structure-atmosphère joue un rôle important sur la détermination en valeur absolue des fréquences des modes p (voir chapitre 4), il est donc préférable de décrire avec précision

cette région.
Dans le code CESAM (Morel 1997), plusieurs descriptions des couches externes existent, soit dans l'approximation monocouche, soit avec reconstitution d'une atmosphère plus ou moins élaborée.

8.2.1 Approximation Monocouche

Cet atmosphère simplifiée (une seule couche) permet de transporter les conditions de limites externes dans le milieu optiquement épais. On les déduit à l'aide de deux relations obtenues par discrétisation des équations de l'atmosphère:

$$\begin{aligned} \frac{dP}{d\tau} &= \frac{GM_*}{R_*^2\kappa} \sim \frac{\Delta P}{\Delta\tau} = \frac{P - P_{ext}}{\tau - 0} \\ L_* &= 4\pi R_*^2 \sigma T^4 \end{aligned}$$

et $T = T_{eff}$; σ est la constante de Stéphan, R_*, L_* et M_* sont respectivement, le rayon, la luminosité et la masse de l'étoile. En prenant à $\tau = 1$, une pression externe nulle $P_{ext} = 0$, on obtient les conditions aux limites pour une atmosphère simple et monocouche:

$$\begin{aligned} P &= \frac{GM_*}{R_*^2\kappa} \\ L_* &= 4\pi R_*^2 \sigma T_{eff}^4 \end{aligned}$$

8.2.2 Atmosphère Reconstituée

L'introduction d'une atmosphère complète traitant le transfert du rayonnement sans l'approximation de diffusion augmenterait grandement le temps de calcul. Pour palier à ce problème, il est possible de reconstituer une atmosphère à partir d'une loi $T = T(T_{eff}, \tau_b, g_*)$, où τ_b est la pronfondeur optique de raccord avec la structure et g_* la gravité de surface de l'étoile. Il est cependant nécessaire de faire le raccord très proprement si l'on ne veut pas perdre d'un coté (discontinuité numérique) ce que l'on a gagné de l'autre (amélioration de la description physique). Notre modèle de référence utilise une atmosphère reconstituée.

Malheureusement, celle-ci se raccorde mal à la structure interne, quelle que soit la profondeur optique choisie pour ce raccord (en toute rigueur l'approximation de diffusion ne devient réellement valable que pour une profondeur optique $\tau_b > 20$ (Morel et al. 1994)). Récemment, un raccord plus lisse a été introduit dans CESAM, où l'on s'applique à relier le gradient de température entre la structure et l'atmosphère, ce qui n'était pas le cas auparavant. L'introduction de cette amélioration nous permet de réduire une partie de la pente liée à l'atmosphère, et améliore l'accord entre la détermination des fréquences par méthodes variationnelles ou de Richardson (Christensen-Dalsgaard 1982). Les figures (8.3) et (8.4) représentent la différence des fréquences des modes acoustiques (observation - théorie) avec

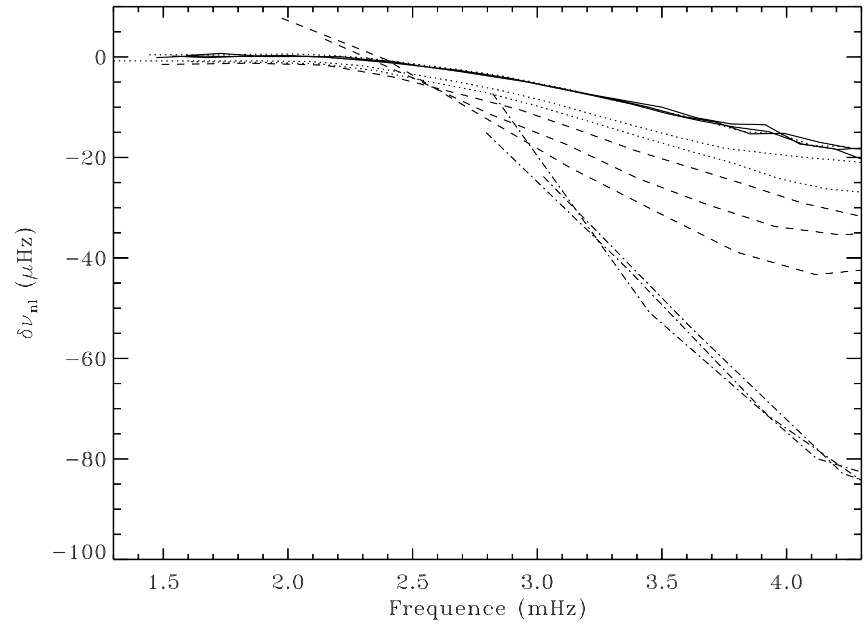


FIG. 8.3 – *Fréquences des modes p du modèle incluant un raccord atmosphère-structure lisse comparées aux données ($\nu_{exp} - \nu_{th}$), GOLF $l = 1, 2, 3$ (Lazrek et al. 1997) et BBSO $l > 3$ (Libbrecht et al. 1990): $l = 1, 2, 3$ (ligne continue), $l = 10, 20, 50, 70$ (pointillé), $l = 100, 150, 200$ (tireté), $l = 500, 600, 800$ (tiret point)*

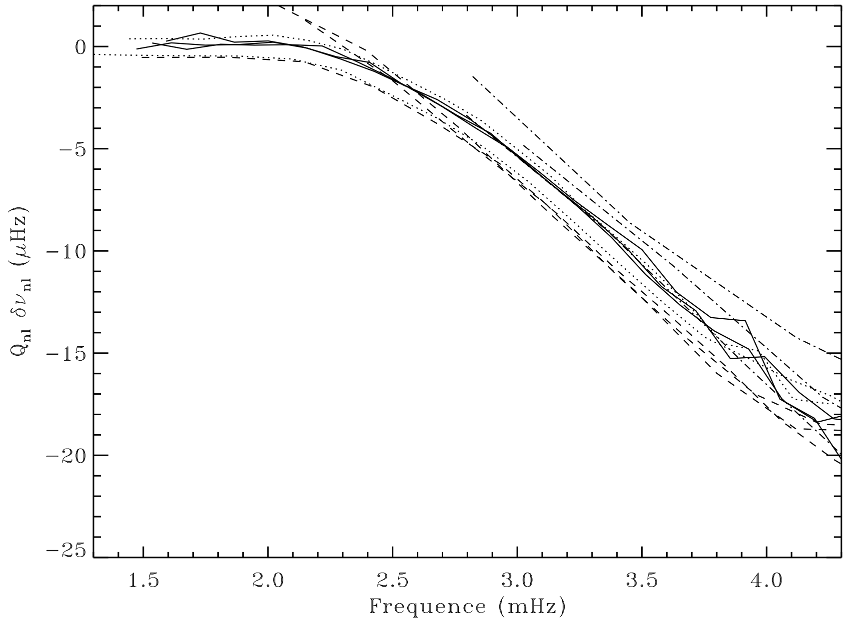


FIG. 8.4 – *Fréquences des modes p normalisées par Q_{nl} comparées aux données ($\nu_{exp} - \nu_{th}$), GOLF $l = 1, 2, 3$ (Lazrek et al. 1997) et BBSO $l > 3$ (Libbrecht et al. 1990): $l = 1, 2, 3$ (ligne continue), $l = 10, 20, 50, 70$ (pointillé), $l = 100, 150, 200$ (tireté), $l = 500, 600, 800$ (tiret point)*

et sans le facteur de normalisation Q_{nl} jusqu'à $l = 800$. On voit effectivement une amélioration d'ensemble (2-4 μHz) (surtout à très haut degré) des fréquences.

8.3 Rôle de la Pression Turbulente

8.3.1 Introduction

Nous nous sommes également intéressés à mieux décrire la zone la plus externe du Soleil (dite superadiabatique), qui pour les modéles standards actuels reste traitée par le formalisme de la longueur de mélange. Une première évaluation de la vitesse turbulente des cellules convectives de cette partie de l'étoile (grace à la théorie de la longueur de mélange) donne des valeurs de l'ordre de grandeur de la vitesse du son du milieu (i.e $v_{turb} = 2 - 3$km/s p/r à $c_{son} = 7 - 8$km/s c.f fig 8.5). Une première évaluation de la pression turbulente par $P_{turb} = \rho \bar{v}^2$ montre une correction à P_{gaz} de 15% (c.f fig 8.6). Il est donc légitime de corriger l'hypothèse d'équilibre hydrostatique par l'ajout d'une pression turbulente tenant compte de ces effets turbulents. Nous allons donc, dans une première partie redériver le formalisme de la longueur de mélange (c.f Cox et Giuli 1968 et Balmforth et Gough 1990) en considérant la pression totale P comme la somme de deux pressions, une pression gazeuse tenant compte de l'état du plasma solaire et une pression hydrodynamique (i.e $P = P_{gaz} + P_{turb}$), puis dans la deuxième partie, proposer un système d'équations permettant de tenir compte de cette modification dans un code d'évolution stellaire.

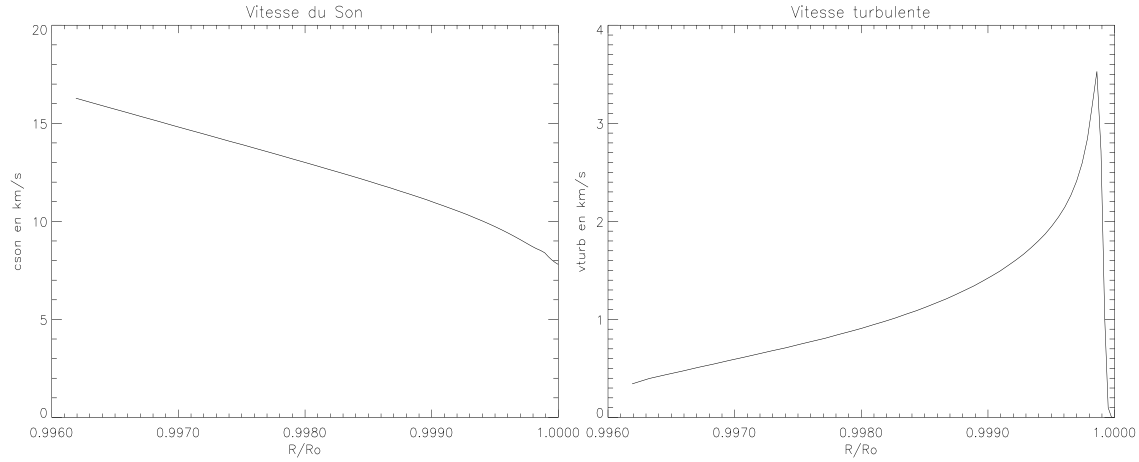


FIG. 8.5 – *Vitesse du son et vitesse turbulente moyenne solaire*

8.3.2 Description du traitement de la longueur de mélange

Dans cette section, nous déduisons, à partir de la description classique de la longueur de mélange (Böhm-Vitense 1958), un formalisme simplifié pour traiter le transport d'énergie par la convection, en tenant compte de l'aspect turbulent de ce processus dans le Soleil.

Les 4 gradients

Soit donc un élément de matière qui s'élève à partir d'un point r de température $T'(r) = T(r)$ où T est la température du milieu environnant. Quand l'élément a parcouru une distance

Δr dans une zone d'instabilité convective, il présente un excès de température, au premier ordre:

$$\begin{aligned}
\Delta T(\Delta r) &= T^{'}(r+\Delta r) - T(r+\Delta r) \\
&= \Delta r \left[\left(\frac{dT^{'}}{dr} \right) - \left(\frac{dT}{dr} \right) \right] \\
&= \Delta r \Delta \nabla T
\end{aligned}$$

Considérant que $T^{'} \simeq T$ en r et $r + \Delta r$ on écrit:

$$\Delta T(\Delta r) = \Delta r T \left[\left(\frac{dlnT^{'}}{dr} \right) - \left(\frac{dlnT}{dr} \right) \right]$$

Soit l'échelle de hauteur de la pression totale, λ_p de $P = P_{gaz} + P_{turb}$, on a :

$$-\frac{dlnP}{dr} \equiv \frac{1}{\lambda_p} = \frac{\rho g}{P}$$

en raison de l'équilibre hydrostatique. Puisque l'on a posé comme hypothèse de départ l'équilibre de pression entre l'élément et son milieu, on peut écrire :

$$\begin{aligned}
\Delta T(\Delta r) &= -\frac{dlnP}{dr} \Delta r T \left[\left(\frac{dlnT}{dlnP} \right) - \left(\frac{dlnT^{'}}{dlnP} \right) \right] \\
&= \Delta r \left(\frac{T}{\lambda_p} \right) (\nabla - \nabla^{'})
\end{aligned}$$

où, ∇ est le gradient de température par rapport à la pression totale du milieu, et $\nabla^{'}$, celui de l'élément se déplaçant. On définit aussi le gradient adiabatique ∇_{ad} d'un élément se déplaçant adiabatiquement par:

$$\nabla_{ad} \equiv \left(\frac{dlnT}{dlnP_{gaz}} \right)_{ad} = \frac{\Gamma_2 - 1}{\Gamma_2},$$

mais, pour tenir compte de la pression turbulente nous introduisons:

$$\nabla^{'}_{ad} \equiv \nabla_{ad} \left(\frac{dlnP_{gaz}}{dlnP} \right) \tag{8.1}$$

A partir du flux radiatif,

$$F_r = -\frac{4acT^3}{3\kappa\rho} \frac{dT}{dr}$$

que l'on écrit en fonction de ∇ :

$$F_r = \frac{4acT^4}{3\kappa\rho} \left(-\frac{dlnP}{dr} \right) \left(\frac{dlnT}{dlnP} \right) = \frac{4acT^4}{3\kappa P} g \nabla, \tag{8.2}$$

on définit un gradient radiatif (fictif) correspondant au flux qui serait nécessaire pour transporter toute l'énergie par radiation dans une **zone convective**:

$$F_{tot} = F_r + F_{conv} \equiv \frac{4acT^4}{3\kappa P} g \nabla_{rad} \tag{8.3}$$

Dans le cas solaire, la zone convective se situe dans les couches supérieures où il n'y a pas de production d'énergie nucléaire, et l'on peut écrire l'inégalité suivante:

$$\nabla_{rad} > \nabla > \nabla^{'} > \nabla_{ad}$$

Le flux convectif

On considère qu'un élément montant (descendant) conserve son "identité" sur la distance Δr, suite à quoi il se mélange au milieu, libérant son excés d'énergie calorifique. D'où le flux par unité de temps et de surface est :

$$F_c(\Delta r) = 0.5\rho v c_p \Delta r \left[\left(\frac{dT^{'}}{dr} - \frac{dT}{dr}\right)\right] = 0.5\rho v c_p \Delta r \Delta \nabla T$$

où v est la vitesse de l'élément, ρ sa densité, g la gravité, c_p la chaleur spécifique à pression constante et $\delta = -\left(\frac{dln\rho}{dlnT}\right)_P$ si le poids moléculaire μ est constant, ce qui est le cas dans la zone convective du soleil. On doit maintenant moyenner $F_c(\Delta r)$ sur toutes les valeurs possibles de Δr, pour cela on introduit la longueur de mélange Λ (i.e libre parcours moyen d'un élément convectif), on a donc :

$$F_c = 0.5\rho \bar{v} c_p \Lambda \Delta \nabla T$$

utilisant

$$(\nabla - \nabla^{'}) = \frac{\lambda_p}{T} \Delta \nabla T$$

et donc :

$$F_c = 0.5\rho \bar{v} c_p T \frac{\Lambda}{\lambda_p} (\nabla - \nabla^{'})$$

Après avoir calculé la vitesse moyenne d'un élément convectif (c.f Cox 14.3)

$$\bar{v} = \frac{1}{2\sqrt{2}} g \delta^{1/2} \left(\frac{\rho}{P}\right)^{1/2} \Lambda (\nabla - \nabla^{'})^{1/2},$$

on trouve pour le flux convectif :

$$F_c = \frac{1}{4\sqrt{2}} \rho^{5/2} \delta^{1/2} g^2 c_p T P^{-3/2} \Lambda^2 (\nabla - \nabla^{'})^{3/2} \tag{8.4}$$

Le flux net

En regroupant les expressions des flux radiatifs (8.2) et convectifs (8.4) on a :

$$\begin{aligned} F_{tot}(r) = \frac{L(r)}{4\pi r^2} &= F_r + F_c \\ &= \frac{4acT^4}{3\kappa P} g\nabla + \frac{1}{4\sqrt{2}} \rho^{5/2}\delta^{1/2} g^2 c_p T P^{-3/2} \Lambda^2 (\nabla - \nabla')^{3/2} \end{aligned}$$

d'où d'aprés (8.3)

$$\nabla_{rad} = \nabla + \frac{3\kappa g \rho^{5/2} c_p \Lambda^2 \delta^{1/2}}{16\sqrt{2} acT^3 P^{1/2}} (\nabla - \nabla')^{3/2}$$

Efficacité de la convection

On définit l'efficacité Γ de la convection par :

$$\Gamma = \frac{\text{"excés d'énergie calorique" avant mélange}}{\text{énergie rayonnée pendant le temps de vie}} \quad \text{de l'élément}$$

on a

$$\Gamma = \frac{3 c_p \kappa \rho^2 \bar{v}}{4acT^3} \frac{V}{\mathsf{A}}$$

pour une sphère de dimension Λ, le rapport du volume V sur son aire A est : $V/\mathsf{A} = \Lambda/6$, Cox & Giuli prennent $2\Lambda/9$ d'où :

$$\Gamma = \frac{c_p \kappa \rho^2 \bar{v} \Lambda}{6acT^3} = \frac{c_p \kappa g \delta^{1/2} \rho^{5/2} \Lambda^2}{12\sqrt{2} acT^3 P^{1/2}} (\nabla - \nabla')^{1/2} = A * (\nabla - \nabla')^{1/2} \tag{8.5}$$

De cette expression, on déduit une relation entre Γ et les gradients :

$$\nabla_{rad} = \nabla + \frac{9}{4} \Gamma (\nabla - \nabla') \tag{8.6}$$

On doit maintenant chercher une autre équation pour Γ. Une possibilité est d'exprimer le gradient de température de l'élément convectif ∇' en fonction d'un autre gradient connu. Cox et Giuli (1968, chapitre 14), proposent d'introduire l'exposant polytropique d'un gaz $\frac{\Gamma_2'}{\Gamma_2'-1} \equiv \frac{dlnP_{gaz}}{dlnT}$, et de le relier à l'exposant adiabatique $\frac{\Gamma_2}{\Gamma_2-1} \equiv \left(\frac{dlnP_{gaz}}{dlnT}\right)_{ad}$, c'est à dire:

$$\frac{\Gamma_2'}{\Gamma_2' - 1} = \left(1 - \frac{c}{c_p}\right) \frac{\Gamma_2}{\Gamma_2 - 1} \quad \text{où} \quad c = \frac{dQ}{dT} \quad \text{est la chaleur spécifique}$$

donc, en partant de l'expression théorique de ∇', on peut l'exprimer en fonction du gradient adiabatique ∇'_{ad} corrigé des effets turbulents,

$$\begin{aligned}
\nabla' &= \frac{dlnT'}{dlnP} \quad \text{Rappel}: P = P_{gaz} + P_{turb} \\
&= \frac{\Gamma'_2 - 1}{\Gamma'_2} * \frac{dlnP_{gaz}}{dlnP} \\
&= \left(1 - \frac{c'}{c_p}\right)^{-1} \frac{\Gamma_2 - 1}{\Gamma_2} * \frac{dlnP_{gaz}}{dlnP} \\
&= \nabla'_{ad} \left(1 - \frac{c'}{c_p}\right)^{-1} \quad \text{où} \quad c' = \frac{dQ}{dT'} \quad \text{est la chaleur spécifique de l'élément}
\end{aligned}$$

or $\frac{c'}{c_p} = \left[\left(\frac{\nabla}{\nabla - \nabla'} - 1\right)\Gamma\right]^{-1}$ (Cox 14.5)
En introduisant cette dernière expression dans celle de ∇', on obtient alors une expression pour l'efficacité Γ en fonction des quatre gradients tenant compte de la pression turbulente :

$$\Gamma = \frac{\nabla - \nabla'}{\nabla' - \nabla'_{ad}} \tag{8.7}$$

8.3.3 Système d'équations pour la modélisation

Obtention de l'équation cubique de la MLT

On suppose dorénavant ∇_{rad} et ∇_{ad} **connus** afin d'en déduire **le gradient de température réel de la structure** ∇ via l'équation de la MLT que nous allons calculer, afin de caractériser le transport de l'énergie par convection.
De (8.6) on obtient :

$$\nabla_{rad} - \nabla = \phi_0\Gamma(\nabla - \nabla') \Rightarrow \nabla = \frac{\nabla_{rad} + \phi_0\nabla'\Gamma}{1 + \phi_0\Gamma} \qquad \text{où} \quad \phi_0 = 9/4$$

Or

$$\nabla - \nabla_{rad} = \frac{\phi_0\Gamma}{1 + \phi_0\Gamma}(\nabla' - \nabla_{rad}) \tag{8.8}$$

comme

$$\begin{aligned}
\Gamma &= \frac{\nabla - \nabla'}{\nabla' - \nabla'_{ad}} \\
&= \left[\frac{\nabla_{rad} + \phi_0\nabla'\Gamma}{1 + \phi_0\Gamma} - \nabla'\right] \frac{1}{\nabla' - \nabla'_{ad}} \\
&= \frac{\nabla_{rad} - \nabla'}{(1 + \phi_0\Gamma)(\nabla' - \nabla'_{ad})}
\end{aligned}$$

on déduit une expression pour ∇' :

$$\nabla' = \frac{\nabla_{rad} + \Gamma(1+\phi_0\Gamma)\nabla'_{ad}}{\Gamma(1+\phi_0\Gamma)+1}$$

Formons alors la quantité $\nabla_{rad} - \nabla'$ on obtient :

$$\nabla_{rad} - \nabla' = \frac{\Gamma(1+\phi_0\Gamma)(\nabla_{rad} - \nabla'_{ad})}{\Gamma(1+\phi_0\Gamma)+1}$$

d'où en utilisant (8.8) on obtient l'expression :

$$\frac{\nabla_{rad} - \nabla}{\nabla_{rad} - \nabla'_{ad}} = \frac{\phi_0\Gamma^2}{\Gamma(1+\phi_0\Gamma)+1}$$

en insérant (8.5) et (8.6) on trouve : $\nabla_{rad} - \nabla = \frac{\phi_0\Gamma^3}{A^2}$, donc

$$\frac{\phi_0\Gamma^3}{A^2(\nabla_{rad} - \nabla'_{ad})} = \frac{\phi_0\Gamma^2}{\Gamma(1+\phi_0\Gamma)+1}$$

et on obtient l'équation cubique en Γ recherchée :

$$\phi_0\Gamma^3 + \Gamma^2 + \Gamma - A^2[\nabla_{rad} - \nabla'_{ad}] = 0 \tag{8.9}$$

que l'on doit coupler avec une équation donnant $\frac{dlnP_{gaz}}{dlnP}$ puisque l'on a ∇_{rad} par (8.3) ainsi que le gradient réel ∇ à partir de Γ par:

$$\left\{\begin{array}{ll} \nabla & = \nabla_{rad} - \frac{\phi_0\Gamma^3}{A^2} \\ ou & \\ \nabla & = \nabla'_{ad} + \frac{\Gamma(\Gamma+1)}{A^2} \end{array}\right. \tag{8.10}$$

Une autre formulation proposée par Stix (1991) peut être utilisée, en la modifiant pour tenir compte de la pression turbulente :

$$\nabla' - \nabla'_{ad} = 2U(\nabla - \nabla')^{1/2}, \text{ où } U = \frac{24\sqrt{2}\sigma T^3 P^{1/2}}{c_p\kappa g\Lambda^2\delta^{1/2}\rho^{5/2}}$$

on en déduit :

$$\nabla - \nabla_{rad} + \frac{9}{8U}(\nabla - \nabla')^{3/2} = 0,$$

introduisant la quantité $x = (\nabla - \nabla'_{ad} + U^2)^{1/2}$, on tombe sur une équation cubique équivalente à la précédente :

$$\frac{9}{8U}(x-U)^3 + x^2 - U^2 - \nabla_{rad} + \nabla'_{ad} = 0 \tag{8.11}$$

Equation pour la pression turbulente P_{turb}

On utilise comme définition pour la pression turbulente :

$$P_{turb} =< \rho w^2 >= \beta \rho v_{conv}^2, \tag{8.12}$$

où w est la composante radiale de la vitesse turbulente v_i, et β dépend de la géométrie et du spectre de turbulence choisi. Parmis les différentes valeurs de β utilisées (0.5, 1, 1.5), $\beta = 1$ s'est avéré être la valeur la plus proche des simulations numériques (Rosenthal et al. 1998). La figure 8.6 représente le rapport de la pression totale $P_{tot} = P_{turb} + P_{gaz}$ sur P_{gaz} pour $\beta = 1$ c'est à dire $P_{turb} = \rho \bar{v}^2$. La pression turbulente contribue donc pour 16% de la pression totale et ne peut plus être négligée (8% si $\beta = 0.5$ et 27% si $\beta = 1.5$) (voir Brun, Turck-Chièze et Zahn 1998).

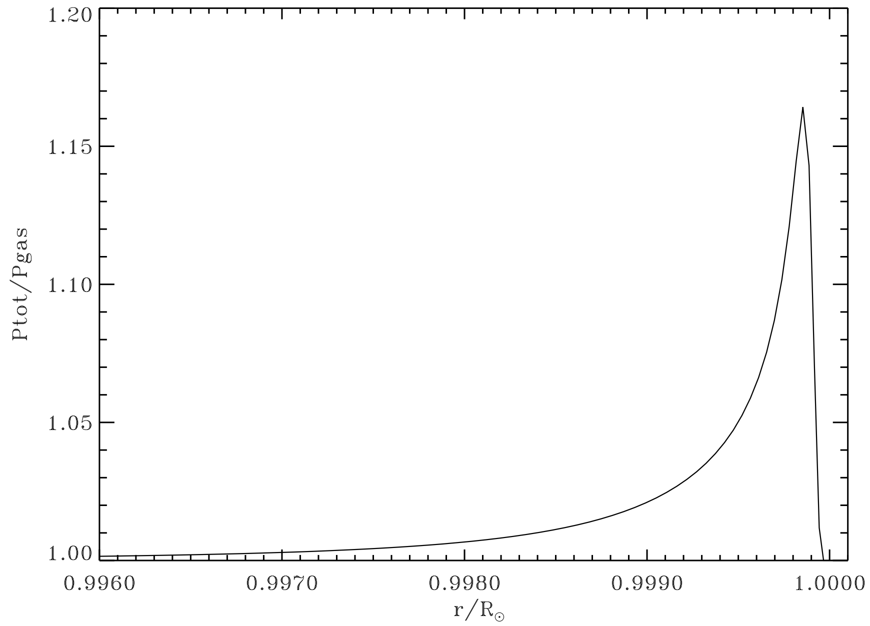


FIG. 8.6 – *Rapport de la pression totale $P_{tot} = P_{turb} + P_{gas}$ sur la pression du gaz pour $\beta = 1$.*

Recherchons alors, une équation nous permettant de la relier à P ou P_{gaz} (voir Cannuto et Mazitelli 1991). Nous connaissons déjà l'expression de la vitesse moyenne $\bar{v}$:

$$\bar{v} = \frac{1}{2\sqrt{2}} g \delta^{1/2} \left(\frac{\rho}{P}\right)^{1/2} \Lambda (\nabla - \nabla')^{1/2}$$

en élevant au carré $\bar{v}$ on a :

$$\begin{aligned} \bar{v}^2 &= \frac{g\delta\Lambda^2}{8\lambda_p}(\nabla - \nabla') \\ &= \frac{g\delta\Lambda^2}{8\lambda_p}\frac{\Gamma}{\Gamma+1}(\nabla - \nabla'_{ad}) \quad \text{en utilisant (8.8)} \end{aligned} \tag{8.13}$$

on a donc :

$$P_{turb} = \frac{g\rho\delta\Lambda^2}{8\lambda_p}\frac{\Gamma}{\Gamma+1}(\nabla - \nabla'_{ad})$$

comme $P = P_{gaz} + P_{turb}$ et $\frac{1}{\lambda_p} = \frac{\rho g}{\mathrm{P}}$ on obtient :

$$P_{gaz} = P\left[1 - \frac{\delta}{8}\left(\frac{\Lambda}{\lambda_p}\right)^2 \frac{\Gamma}{\Gamma+1}(\nabla - \nabla_{ad}^{'})\right]$$

Posons $u = \frac{P}{P_{gaz}}$ et remarquons que :

$$\begin{aligned}
\frac{dlnP_{gaz}}{dlnP} &= \frac{dln(P/u)}{dlnP} \\
&= 1 - \frac{dlnu}{dlnP} \\
&= 1 - \frac{1}{u}\frac{du}{dr}\frac{dr}{dlnP} \\
&= 1 + \frac{\lambda_p}{u}\frac{du}{dr} \qquad (8.14)
\end{aligned}$$

On a donc :

$$1 = u\left[1 - \frac{\delta}{8}\left(\frac{\Lambda}{\lambda_p}\right)^2 \frac{\Gamma}{\Gamma+1}\left(\nabla - \nabla_{ad}\left(1 + \frac{\lambda_p}{u}\frac{du}{dr}\right)\right)\right]$$

ce qui revient à écrire l'équation différentielle suivante :

$$f_1\frac{du}{dr} + f_2 u = 1 \qquad (8.15)$$

avec

$$\begin{cases} f_1 &= \frac{\delta}{8}\left(\frac{\Lambda}{\lambda_p}\right)^2 \frac{\Gamma}{\Gamma+1}\lambda_p\nabla_{ad} \\ f_2 &= 1 - \frac{\delta}{8}\left(\frac{\Lambda}{\lambda_p}\right)^2 \frac{\Gamma}{\Gamma+1}(\nabla - \nabla_{ad}) \end{cases}$$

Expressions finales

Il est préférable de tenir compte de l'épaisseur optique de la bulle convective τ_{Rc} (Henyey et al. 1965), aussi on remplace ϕ_0 par ϕ et A^2 par B, avec :

$$\begin{cases} \phi &= \phi_0(1 + \frac{3}{\tau_{Rc}^2})^{-1} \\ et & \\ B &= A^2(\frac{3+\tau_{Rc}^2}{\tau_{Rc}^2})^2 = \frac{1}{72}\frac{(c_p\rho)^2 g\delta\Lambda^2}{\lambda_p(8\sigma T^3)^2}(\frac{3+\tau_{Rc}^2}{\tau_{Rc}^2})^2 \end{cases} \qquad (8.16)$$

On résout alors un système d'équations couplées par méthode itérative en utilisant les expressions suivantes:

$$\phi\Gamma^3 + \Gamma^2 + \Gamma - B[\nabla_{rad} - \nabla_{ad}^{'}] = 0 \qquad (8.17)$$

avec pour les effets turbulents, soit la résolution de l'équation différentielle :

$$f_1\frac{du}{dr} + f_2 u = 1 \qquad (8.18)$$

soit directement à partir de l'expression de Γ

$$u = \frac{P}{P - P_{turb}} \text{ avec } P_{turb} = \rho * (\frac{6acT^3\Gamma}{c_p\kappa\rho^2\Lambda})^2 \tag{8.19}$$

et pour ∇ l'une ou l'autre des deux expressions :

$$\begin{cases} \nabla & = \nabla_{rad} - \frac{\phi\Gamma^3}{B} \\ ou & \\ \nabla & = \nabla'_{ad} + \frac{\Gamma(\Gamma+1)}{B} \end{cases} \tag{8.20}$$

8.3.4 Effets sur les Modes de Pression

Une fois la pression turbulente introduite dans le code CESAM (non sans mal à cause de l'instabilité numérique de la cubique modifiée (8.9) nous obligeant à ne pas traiter les 2 ou 3 points de structure les plus externes, voir Balmforth et Gough (1990) pour une discussion de cette instabilité), nous avons calculé plusieurs modèles en variant β (c.f 8.12). Une fois les modèles calibrés, nous avons calculé les fréquences des modes acoustiques correspondantes avec le code de J. Christensen-Dalsgaard (1982). Il est important de noter que les variables A_i nécessaires pour calculer les fréquences doivent prendre en compte la pression turbulente. Une possibilité est d'introduire une gravité effective $\tilde{g}$ telle que l'équilibre hydrostatique s'écrive (Christensen-Dalsgaard 1997):

$$\frac{dP_{gaz}}{dr} = -g\rho - \frac{dP_{turb}}{dr} = -\tilde{g}\rho \tag{8.21}$$

Alors les variables A_i deviennent:

$$\begin{aligned} A_1 &\equiv \tilde{q}/x^3 \text{ , avec } \tilde{q} = q\tilde{g}/g \\ A_2 = \tilde{V}_g &\equiv -\frac{1}{\Gamma_1}\frac{d\ln P_{gaz}}{d\ln r} = \frac{r\rho\tilde{g}}{\Gamma_1 Pgaz} \\ A_4 = A &\equiv \frac{1}{\Gamma_1}\frac{d\ln P_{gaz}}{d\ln r} - \frac{d\ln\rho}{d\ln r} \end{aligned}$$

et A_3 et A_5 sont inchangées. Dans le chapitre 3, nous avons utilisé P pour exprimer P_{gaz}, c'est à dire la pression du gaz à laquelle on ajoute la pression de radiation, électronique et coulombienne, car il n'y avait pas de confusion possible. Ici nous sommes obligés de différencier, la pression du gaz de la pression totale incluant la pression turbulente.

Avec ces nouvelles variables d'équilibre, les effets venant de la pression turbulente sur les fréquences des modes acoustiques sont mieux pris en compte. La figure 8.7 représente le mode $l = 0$ pour le modèle de référence, un modèle incluant un pression turbulente avec $\beta = 1$ et un avec $\beta = 1.5$, comparées aux fréquences GOLF (Lazrek et al. 1997). L'amélioration due à l'introduction de la pression turbulente dans les couches superadiabatiques est claire (voir Rosenthal et al. 1998). On remarque aussi qu'un $\beta = 1.5$ accentue trop l'effet de la turbulence (aspect moins plat que pour $\beta = 1$ pour $\nu < 2.7$ mHz) et ne semble donc pas réaliste .

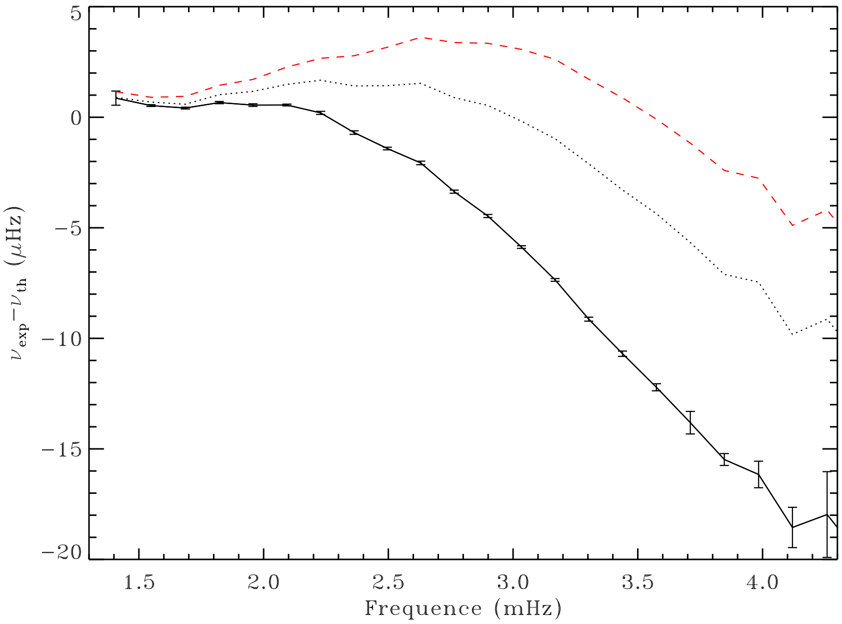


FIG. 8.7 – *Fréquences des modes p pour $l = 0$ comparées aux données GOLF (Lazrek et al. 1997): modèle de référence diffusif (ligne continue) et modèles avec pression turbulente $\beta = 1.5$ (- - -), $\beta = 1$ (point).*

Nous représentons sur la figure 8.8, la grande différence pour les données GOLF (Lazrek et al. 1997) le modèle de référence et le modèle avec $\beta = 1$. On voit clairement l'amélioration de cette variable dans les hautes fréquences (principalement entre 2.2 et 3.4 mHz) pour le modèle avec la pression turbulente, car dans cette partie ce sont les effets d'atmosphère qui dominent. On obtient donc bien l'effet escompté.

Sur les figures 8.9 et 8.10, nous représentons les fréquences pour le modèle avec $\beta =$ 1 jusqu'au degré $l = 800$ sans et avec le coefficient de normalisation Q_{nl}. Celles-ci sont directement comparables avec les figures représentant les fréquences du modèle de référence (4.16 et 4.18), puisqu'on les a volontairement laissées à la même échelle. Pour tous les modes, l'amélioration sur les fréquences en valeur absolue est environ d'un facteur deux (i.e $\delta\nu <$ 12μHz) et confirme la nécessité d'introduire ces effets dans les modèles solaires.

8.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu à quel point le traitement de la surface est important pour la détermination en valeur absolue des modes acoustiques. L'introduction d'une pression turbulente, là où la vitesse turbulente n'est plus négligeable devant la vitesse du son, améliore en valeur absolue nos prédictions de fréquences des modes acoustiques. Bien sûr, ce traitement à partir de la théorie de la longueur de mélange n'est pas aussi précis que des simulations hydrodynamiques, mais il a le mérite de montrer l'ordre de grandeur des effets liés à la turbulence et l'importance de prendre en compte l'aspect dynamique de l'étoile. Bien que

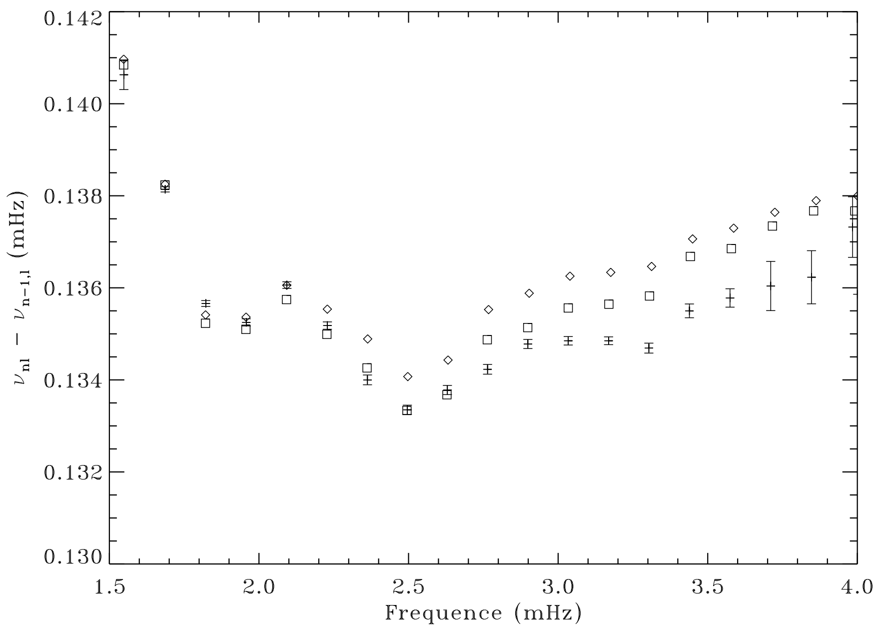


FIG. 8.8 – *Grande différence des modes p pour $l = 0$: Données GOLF (Lazrek et al. 1997) croix + barres d'erreurs, modèle de référence diffusif (losange) et modèle avec une pression turbulente ($\beta = 1$) (carré)*

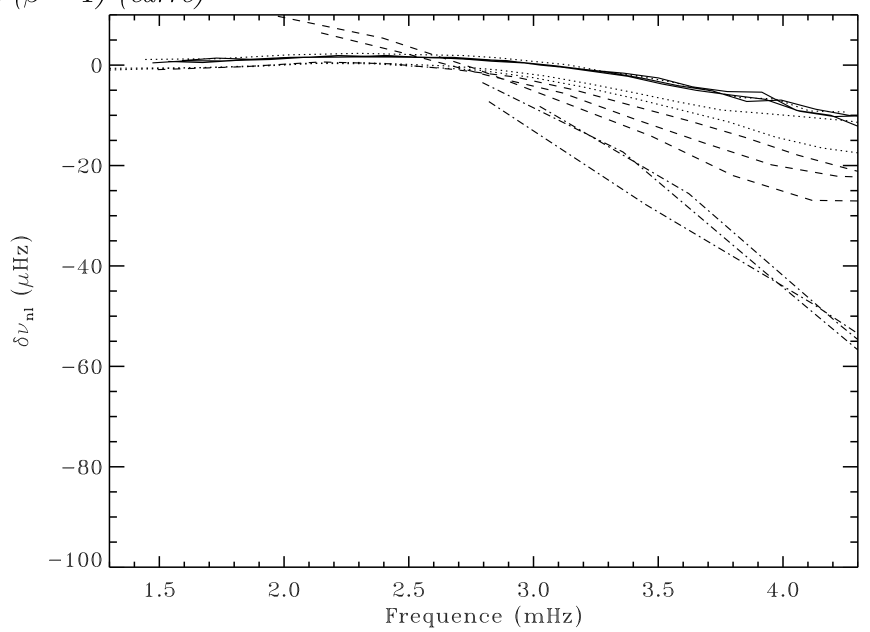


FIG. 8.9 – *Fréquences des modes p du modèle incluant une pression turbulente ($\beta = 1$) comparées aux données ($\nu_{exp} - \nu_{th}$), GOLF $l = 1, 2, 3$ (Lazrek et al. 1997) et BBSO $l > 3$ (Libbrecht et al. 1990): $l = 1, 2, 3$ (ligne continue), $l = 10, 20, 50, 70$ (pointillé), $l = 100, 150, 200$ (tireté), $l = 500, 600, 800$ (tiret point)*

réduit, le désaccord avec l'observation n'est pas complètement effacé, il reste donc d'autres effets à considérer. Parmi eux, un calcul non-adiabatique des fréquences semble nécessaire pour les modes se réfléchissant très haut dans l'atmosphère et il semble aussi que l'opacité pour les basses température joue aussi un rôle important.

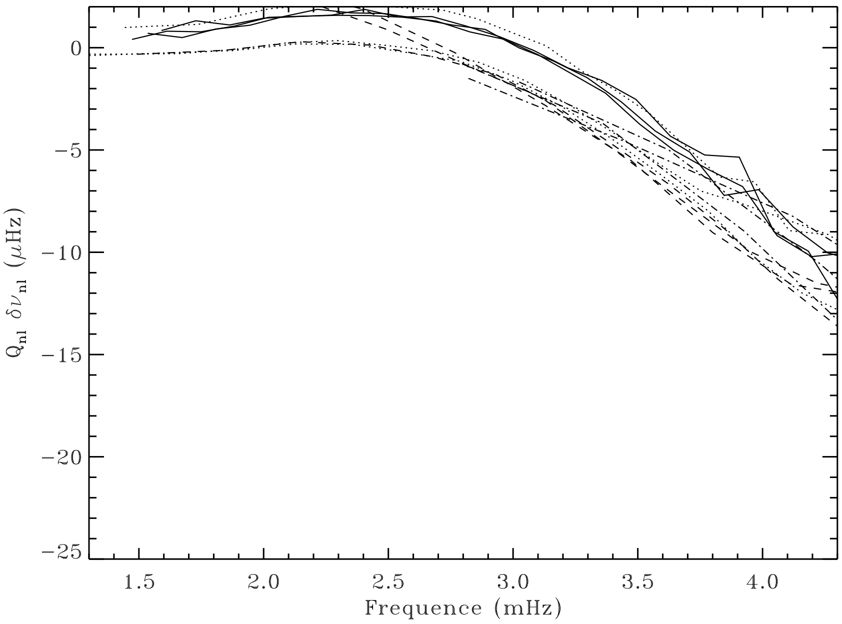


FIG. 8.10 – *Fréquences des modes p ($\beta = 1$) normalisées par Q_{nl} comparées aux données ($\nu_{exp} - \nu_{th}$), GOLF $l = 1, 2, 3$ (Lazrek et al. 1997) et BBSO $l > 3$ (Libbrecht et al. 1990): $l = 1, 2, 3$ (ligne continue), $l = 10, 20, 50, 70$ (pointillé), $l = 100, 150, 200$ (tireté), $l = 500, 600, 800$ (tiret point)*

Chapitre 9

Conclusion et Perspectives

Dans cette thèse, nous avons étudié la structure interne du Soleil. Pour réaliser ce travail, nous avons construit un modèle solaire de référence incluant une description physique actualisée. Nous avons ensuite confronté les résultats de ce modèle aux données héliosismiques, aux observations des abondances chimiques de surface et aux expériences de neutrinos solaires, et ce dans la perspective de révéler des processus physiques non introduits dans le modèle standard, d'aider à l'interprétation des donnés GOLF pour les modes acoustiques de bas degré et la recherche de modes de gravité, ainsi que d'évaluer la précision à laquelle on prédit les flux de neutrinos solaires.

9.1 Connaissance de la Structure Interne du Soleil

De notre analyse de la structure interne du Soleil, il ressort que les hypothèses "standards" de l'évolution stellaire sont validées (ce qui est fondamental pour notre compréhension globale de la nucléosynthèse et des objets astrophysiques peuplant l'univers), et que le modèle solaire de référence est robuste vis à vis des contraintes sismiques (chapitre 4), notamment:

- l'introduction de la diffusion de l'hélium et des éléments lourds améliore l'accord du modèle avec l'héliosismologie et permet de ne pas remettre en cause l'abondance primordiale d'hélium 4,
- l'écart avec le profil de vitesse du son du Soleil est inférieur à -0.5% dans près de 95% de l'étoile (gain de plus d'un facteur 2),
- l'abondance de surface de toutes les espèces n'est plus égale à l'abondance initiale, obtenant ainsi un hélium 4 de surface s'accordant à 2 σ des observations,
- les modes acoustiques de bas degré et bas ordre radial sont prédits à mieux que 0.5 μHz.
- les abondances des éléments lourds Fe, O, Si, Ne, C et N, jouent un rôle dominant dans notre description de la zone radiative de l'étoile, leurs incertitudes de 15% modifient la structure sismique du modèle,

- l'opacité étant en autre sensible à ces éléments lourds, elle n'est précise qu'à 5%. Une variation de celle-ci (chapitre 6) permet d'améliorer d'un facteur 2 l'accord avec le profil de vitesse du son du Soleil et ramène, à 1 σ des observations, l'abondance de surface de l'hélium 4,
- la diffusion des éléments chimiques semble raisonnablement sous contrôle,
- le cœur nucléaire n'est pas contraint en dessous de 0.2 $R_\odot$ par l'héliosismologie (chapitre 5), bien que l'instrument spatial GOLF ait amélioré notre connaissance de cette région avec plus de 100 modes acoustiques,
- le cœur nucléaire est sensible à différents effets, tels que, l'âge du modèle, les réactions nucléaires ((p,p) et (^{3}He,^{4}He)), les opacités, la diffusion microscopique. Il est donc capital de mieux le contraindre et d'être capable de différencier ces processus.
- la prédiction des modes de gravité de nos différents modèles (chapitre 4, 5 et 6) nous a révélé qu'ils étaient 100 fois plus sensibles à des changements de la description physique dans les premiers 0.2 $R_\odot$ que les modes acoustiques, et nous a permis d'obtenir l'ordre de grandeur ($\pm 3\mu$Hz) de la variation des fréquences du modèle de référence,
- l'analyse couplée de la vitesse du son et de la fréquence de Brunt-Väisälä, ou bien des modes acoustiques et de gravité, semble prometteuse pour discriminer les processus physiques,
- les réactions nucléaires importantes pour la prédiction des neutrinos solaires ((p,p), (^{7}Be,p), (^{3}He,^{3}He), (^{3}He,^{4}He)) autorisent dans leur barres d'erreurs actuelles, une réduction du désaccord du flux de neutrinos entre théorie et expériences d'un facteur 2, sans dégrader l'accord avec l'héliosismologie dans cette région du Soleil,
- le problème des neutrinos solaires ne peut être résolu par l'introduction d'un fort mélange turbulent. Notamment, un tel mélange près du pic de l'hélium 3 ($\sim 0.28\ R_\odot$) est exclu pas l'héliosismologie,
- toute notre analyse du cœur nucléaire nous indique que le flux de neutrinos est incertain à ce jour, notamment ceux du ^{8}B dont l'incertitude atteint jusqu'à 30% dans le modèle standard,
- l'analyse théorique couplée aux mesures de détection des neutrinos solaires encourage une vérification de l'abondance du ^{7}Be et de son profil central, l'héliosismologie n'étant ni sensible à son abondance ni aux réactions nucléaires auxquels il participe,
- l'analyse des modes acoustiques ne permet pas, à elle seule, de qualifier tous les processus physiques en valeur absolue, l'obtention de données expérimentales sur le plasma solaire auprès de grands lasers permettrait également de progresser dans notre description de la zone radiative jusqu'au cœur.

9.2 Processus Macroscopiques

Les différents modèles solaires que nous avons obtenus (voir la deuxième partie) nous apprennent que bien que leur profil sismique puisse fluctuer de quelques pour mille (différence entre le modèle de référence et le modèle "opacités augmentées" par exemple), celui-ci présente toujours les même caractéristiques à la base de la zone convective, dans la zone radiative et dans le traitement de l'atmosphère, signe que ces effets ne sont pas liés à la description microscopique du modèle, mais plutôt à la présence de processus macroscopiques.

- Nous avons étendu le modèle de référence en introduisant des mécanismes macroscopiques (rotation, mélange), puisque la valeur de l'hélium 4 et du lithium 7 de surface constitue un bon argument en ce sens,
- La présence révélée par l'héliosismologie, d'une couche de transition d'une largeur de $0.05 \pm 0.03\ R_{\odot}$, entre la rotation différentielle de la zone convective et la rotation solide de la zone radiative (tachocline) permet d'introduire naturellement un processus de mélange turbulent,
- À partir d'un modèle physique de la tachocline (chapitre 7), basé sur l'instabilité de cisaillement développée par la rotation différentielle de la zone convective et l'anisotropie de la turbulence, nous avons obtenu un modèle solaire respectant la contrainte sismique et améliorant les abondances de surface,
- L'introduction d'une dépendance temporelle de notre mélange, liée au ralentissement de la rotation solaire et à l'augmentation de la rotation différentielle normalisée au cours du temps, nous permet d'obtenir des abondances de surfaces en accord avec les observations et ce même pour le lithium 7(sous abondance d'un facteur ~ 100), sans introduire de critère ad hoc, ce qui est particulièrement encourageant,
- La prise en compte de la pression turbulente dans les couches les plus externes (chapitre 8) se révèle être un net progrès dans la détermination de la valeur absolue des modes acoustiques au delà de 2.2 mHz (réduction d'un facteur 2 du désaccord avec l'observation),
- La précision avec laquelle on décrit l'atmosphère est encore insuffisante, malgré l'introduction de la pression turbulente. Les sources d'incertitudes sont entre autres les opacités moléculaires et les effets liés à un calcul de fréquences non adiabatique.
- le diagnostic sismique extrait avec difficulté de la zone radiative les ingrédients physiques, ce qui rend difficile la qualification de processus macroscopiques dans cette partie, contrairement à la tachocline qui, étant plus externe, est maintenant bien résolue.

9.3 Retombées Astrophysiques

L'étude du Soleil depuis la pré séquence principale jusqu'à la post séquence principale, nous renseigne sur l'évolution dynamique et la nucléosynthèse stellaire. On peut en extraire

certains indicateurs (hélium 4 et lithium 7 de surface, ainsi que le carbone, l'azote et l'oxygène) nous permettant de contraindre le taux de formation des étoiles et l'évolution chimique galactique.
Nos différents modèles nous apprennent que l'abondance d'hélium 4 à l'époque de la formation du Soleil (quelques 4.5 milliards d'années en arrière), serait 0.273±0.004, ce qui correspond à un enrichissement galactique ($Y_{prim} = 0.243 \pm 0.003$) d'environ 12%±2%.
Nous constatons également que la durée de vie des étoiles sur la séquence principale est racourcie de $\sim$ 600 millions d'années entre un modèle diffusif (8.65 10^9 ans) et un modèle non-diffusif (9.28 10^9 ans) (en utilisant comme critère la disparition de l'hydrogène au centre $X_c < 0.1\%$ qui semble un bon indicateur de l'arrivée sur la branche des géantes de nombreuses étoiles). Cela va dans le sens de raccorder l'âge des amas d'étoiles avec l'âge de l'univers.

9.4 Vers un Modèle Hydrodynamique

De l'étude des différents modèles que nous avons calculés, nous concluons que le modèle solaire à une dimension permet de tenir compte dans les grandes lignes des différentes phases d'évolution des étoiles. Seulement, en y regardant de plus près, on s'aperçoit que cette approche hydrostatique et 1D n'est pas capable de rendre compte avec précision de l'aspect dynamique du Soleil (et des étoiles) révélé par l'héliosismologie ou par l'observation de géantes rouges. Ainsi, le traitement de la convection par la théorie de la longueur de mélange est trop simple et ne tient pas compte des différentes échelles présentes dans la convection turbulente solaire et de son interaction avec les ondes acoustiques. De plus, le transport du moment cinétique n'étant pas considéré dans ce cadre théorique classique, on ne peut pas expliquer l'évolution de la rotation de l'étoile et encore moins la rotation rigide de la zone radiative solaire. Sans parler des ondes acoustiques ou de gravité qui n'apparaissent pas naturellement dans de tels modèles.
À partir de ce constat, le développement d'un code hydrodynamique axisymétrique (2D) s'impose de plus en plus. Avec un tel code, nous pourrons valider les processus dynamiques, traiter convenablement le transport de moment cinétique, progresser dans notre manière de traiter le transport d'énergie dans la zone radiative et convective, ainsi qu'étudier le rôle des ondes internes et des ondes acoustiques sur la structure et leurs interactions avec la rotation et la convection. Ce code pourra également nous permettre d'étudier le rôle du champ magnétique dans les jeunes étoiles ainsi que dans les stades plus avancés.
En attendant un tel modèle dont le développement prendra sans aucun doute plusieurs années, nous avons vu que l'introduction de processus macroscopiques dans les modèles actuels permet de dégrossir l'effort à fournir pour obtenir un code 2D, et une première étape peut consister à introduire dans les équation de structure, une équation caractérisant le transport de moment cinétique en tenant proprement compte de la diffusion, de la rotation, des ondes internes, de la turbulence et du mélange macroscopique.

Annexe A

Articles Publiés

A.1 First View of the Solar Core from Golf Acoustic Modes

A.2 Standard Solar Models in the Light of New Helioseismic Constraints. I: The Solar Core

A.3 Spatial Seismic Constraints on Solar Neutrino Prediction

A.4 Macroscopic Processes in the Solar Interior

A.5 Mixing Below the Solar Convective Zone

Bibliographie

[1] Abdurashitov et al. (SAGE collaboration), 1996, Phys. Rev. Lett., 77, 4708.

[2] Adelberger, E. et al. 1998, Rev. Mod. Phys, 70, 1265.

[3] Allen, C. W., 1976, Astrophysical Quantities 3 ed, Atholone Press, London.

[4] Alexander, D. R. & Ferguson, J. W. 1994, ApJ, 437, 849.

[5] Anders, E., & Grevesse, N. 1989, Geochim. Cosmochim. Acta, 53, 197.

[6] Arpesella, C., et al. 1996, Phys.Lett.B, 389, 452.

[7] Baglin, A. & Lebreton, Y. 1990, Inside the Sun, eds Berthomieu, G. et Cribier, M., Kluwer Academic Publishers, Netherlands.

[8] Bahcall, J. N., Bachall, N. A. & Ulrich, R. K. 1969, ApJ, 156, 559.

[9] Bahcall, J. N. & Ulrich, R. K. 1988, Rev. Mod. Phys., 60, 297.

[10] Bahcall, J. N. 1989, Neutrino Astrophysics, Cambridge University Press, Cambridge.

[11] Bahcall, J.N. & Pinsonneault, M.H. 1995, Rev. Mod. Phys., 67, 781.

[12] Bahcall, J.N., Basu, S. & Pinsonneault, M.H. 1998, astro-ph/9805135.

[13] Bahcall, J. N., Krastev, P. I. & Smirnov, A. Yu. 1998, hep-th/9807216.

[14] Bahcall, J. N. & Ulmer, A. 1996, Phys. Rev. D, 53, 4202.

[15] Balachandran, S. 1995, ApJ, 446, 203.

[16] Balachandran, S. Lambert, D. L. & Stauffer, J. R. 1996, ApJ, 470, 1243.

[17] Balachandran, S. & Bell, R. A. 1997, Amer. Astron. Soc. Meeting., 191, #74.08.

[18] Balmforth, N. J. & Gough, D. O. 1990, Sol. Phys., 128, 161.

[19] Balmforth, N. J. 1992, MNRAS, 255, 603.

[20] Basu, S. & Antia, H. M. 1995, MNRAS, 276, 1402.

[21] Basu, S. 1997, in IAU Symposium 181 ”Sounding Solar and Stellar Interiors”, eds. J. Provost et F. X. Schmider, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, 137.

[22] Baturin, V. A. & Mironova, I. V. 1998, in Structure and Dynamics of the Interior of the Sun and Sun-like Stars, eds S. G., Korzennik and A., Wilson, Noordwijk, ESA SP-418, Vol 2, 717.

[23] Bilenky, S. M. & Pontecorvo, B. 1978, Phys. Rep., C41, 225.

[24] Böhm-Vitense, E. 1958, Z. Astrophys., 54, 114.

[25] Böhmer, S. & Rüdiger, G. 1998, "Influence of turbulence on the solar p-mode frequencies", in Structure and Dynamics of the Interior of the Sun and Sun-like Stars, eds S. G., Korzennik and A., Wilson, Noordwijk, ESA SP-418, Vol 2, 731.

[26] Brun, A. S., Lopès, I., Turck-Chièze, S., & Morel, P. 1997, in IAU Symposium 181: Sounding Solar and Stellar Interior, F.-X. Schmider and J. Provost (eds.), (poster volume), 69.

[27] Brun, A. S., Turck-Chièze, S. & Morel, P. 1998, ApJ, 506, 913.

[28] Brun, A. S., Turck-Chièze, S. & Zahn, J. P. 1998, in Structure and Dynamics of the Interior of the Sun and Sun-like Stars, eds S. G., Korzennik and A., Wilson, Noordwijk, ESA SP-418, Vol 1, 439.

[29] Brun, A. S., Turck-Chièze, S. & Zahn, J. P. 1999, in Theory and Tests of Convective Energy Transport, eds A., Gimenez and B., Montesinos, ASP conference series.

[30] Brummell, N. H, Hurlburt, N. E. & Toomre, J. 1998, ApJ, 493, 955.

[31] Burgers, J.M. 1969, Flow Equations for Composite Gases, Academic, New York.

[32] Canuto, V. M. & Mazitelli, I. 1991, ApJ, 370, 295.

[33] Castellani, V., Degl'Innocenti, S., & Fiorentini, G. 1993, Astron. Astrophys., 271, 601.

[34] Catala, C., Auvergne, M., Baglin, A., Bonneau, F., Magnan, A., Vuillemin, A., Goupil, M. J., Michel, E., Boumier, P., Dzitko, H., Gabriel, A. H., Gautier, D., Lemaire, P., Mangeney, A., Mosser, B., Turck-Chièze, S. & Zahn, J.-P. 1995, in 4th SOHO Workshop, Heliosismology, ed. J. T. Hoeksema, V. Domingo, B. Fleck & B. Battrick (ESA SP-376), 549.

[35] Caughlan, G. R., & Fowler, W. A. 1988, Atomic Data and Nuclear Data Tables, 40, 284.

[36] Chaboyer, B. & Zahn, J. P. 1992, A&A, 253, 173.

[37] Chaboyer, B., Demarque, P. & Pinsonneault, M. H. 1995, ApJ, 411, 865.

[38] Chandrasekhar, S. 1981, Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, Dover, New-York.

[39] Chaplin, W. J., Elsworth, Y., Howe, R., Isaak, G. R., McLeod, C. P., Miller, B. A., & New, R., 1996a, Sol. Phys., 168,1.

[40] Chaplin, W. J., Elsworth, Y., Howe, R., Isaak, G. R., McLeod, C. P., Miller, B. A., & New, R., 1996b, MNRAS, 282, L15.

[41] Chapman, S. & Cowling, T. G. 1970, The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases, Cambridge University Press, Cambridge.

[42] Charbonnel, C. Vauclair, S. & Zahn, J. P. 1992, A&A, 255, 191.

[43] Chièze, J. P., Arnaud, M., Teyssier, R., Turck-Chièze, S. & Bouquet, S. 1997, Astrophysical plasmas, rapport interne CEA, Saclay.

[44] Choudhuri, A. M., Schüssler, M. & Dikpati, M. 1997, A&A, 319, 362.

[45] Christensen-Dalsgaard, J. 1982, MNRAS, 199, 735.

[46] Christensen-Dalsgaard, J. & Berthomieu, G. 1991, in Solar interior and atmosphere, eds Cox, A. N., Livingston, W. C. & Matthews, M., Space Science Series, University of Arizona Press, 401.

[47] Christensen-Dalsgaard, J. & Pérez Hernández, F. 1992, MNRAS, 257, 62.

[48] Christensen-Dalsgaard, J., Gough, D.O. & Toomre, J. 1985, Science, 229, 923.

[49] Christensen-Dalsgaard, J., Gough, D.O., & Thompson, M.J. 1991, ApJ., 378, 413.

[50] Christensen-Dalsgaard, J., Däppen, W., Ajukov, S. V., Anderson, E. R., Antia, H. M., Basu, S., Baturin, V. A., Berthomieu, G., Chaboyer, B., Chitre, S. M., Cox, A. N., Demarque, P., Donatowicz, J., Dziembowski, W. A., Gabriel, M., Gough, D. O., Guenther, D. B., Guzik, J. A., Harvey, J. W., Hill, F., Houdek, G., Iglesias, C. A., Kosovichev, A. G., Leibacher, J. W., Morel, P., Proffitt, C. R., Provost, J., Reiter, J., Rhodes Jr, E. J., Rogers, F. J., Roxburgh, I. W., Thompson, M. J., & Ulrich, R. K., 1996, Science, 272, 1286.

[51] Christensen-Dalsgaard, J. 1997, Lecture Notes on Stellar Oscillations 4 ed., Aarhus University.

[52] Clayton, D. D. 1968, Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis (The University of Chicago Press).

[53] Cleveland, B. T. et al. 1998, ApJ, 496, 505.

[54] Combes, F., Boissé, P., Mazure, A. & Blanchard, A. 1991, Cosmologie et Galaxie, Inter Editions/Editions du CNRS, Paris.

[55] Corbard, T., Berthomieu, G., Provost, J. & Morel, P. 1997, A&A, 330, 1149.

[56] Corbard, T., Blanc-Féraud, L., Berthomieu, G. & Provost, J. 1999, to appear in A&A.

[57] Courtaud, D., Dammame, G., Genot, E., Vuillemin, M., & Turck-Chièze, S. 1990, Sol. Phys., 128, 49.

[58] Cowling, T. G. 1941, MNRAS, 101, 367.

[59] Cox, J. P. & Giuli, R. T. 1968. *Principles of Stellar Structure*, Gordon&Breach, New York.

[60] Cox, A. N., Livingston, W. C. & Matthews, M. 1991, Solar interior and atmosphere, Space Science Series, University of Arizona Press.

[61] Davis, R. Jr. 1964, Phys. Rev. Lett., 12, 303.

[62] Davis, R. Jr. 1994, Prog. Part. Nucl. Phys., 32, 13.

[63] De Boor, C. 1978, A Practical Guide to Splines (Springer; third ed. 1985)

[64] Demarque, P., Mengel, J. G. & Sweigart, A. V. 1973, ApJ, 183, 997.

[65] Demarque, P., Guenther, D. B. & Kim, Y. C. 1998, submitted to ApJ

[66] Deubner, F.-L. 1976, Physiques des mouvements dans les atmosphères stellaires, eds CNRS, Nice.

[67] Deubner, F.-L. & Gough, D. O. 1984, Ann. Rv. Astron. Astrophys., 22, 593.

[68] Diu, B., Guthmann, C., Lederer, D. & Roulet, B. 1989, Physique Statistique, Hermann.

[69] Donahue, R. A., Saar, S. H. & Baliunas, S. L. 1996, ApJ, 466, 384.

[70] Domingo, V., Fleck, B., & Poland, A. I. 1995, Sol. Phys., 162, 1.

[71] Duvall, T. L. Jr. 1982, Nature, 300, 242.

[72] Duvall, T. L. Jr., Harvey, J. W. & Pomerantz, M. A. 1986, Nature, 321, 500.

[73] Dziembowski, W. 1997, in IAU Symposium 181 "Sounding Solar and Stellar Interiors", eds. J. Provost et F. X. Schmider, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, 317.

[74] Dzitko, H., Turck-Chièze, S., Delbourgo-Salvador, P., & Lagrange, G. 1995, ApJ., 447, 428.

[75] Eddington, A. S. 1926, The Internal Constitution of the Stars, Cambridge University Press, Cambridge.

[76] Eggleton, P. P. 1971, MNRAS, 151, 351.

[77] Eggleton, P. P. 1972, MNRAS, 156, 361.

[78] Elliott, J. R. 1997, A&A, 327, 1222.

[79] Elliott, J. R., Gough, D. O. & Sekii, T. 1998, in Structure and Dynamics of the Interior of the Sun and Sun-like Stars, eds S. G., Korzennik and A., Wilson, Noordwijk, ESA SP-418, Vol 2, 763.

[80] Elsworth, Y., Howe, R., Isaak, G. R.,McLeod, C. P., Miller, B. A., New, R., Speake, C. C., & Wheeler, S. J., 1994, Astrophys. J., 434, 801.

[81] Engstler et al. 1992, Phys. Lett. B, 279, 20.

[82] Feilitzsch, F. (Borexino Collaboration), in Fourth international solar neutrino conference, ed W. Hampel, Max-Planck-Institut für Kernphysik, Heidelberg, p 192.

[83] Filippone, B., Elwyn, A. J., Davids, C. N., & Koethe, D. D. 1983, Phys. Rev. C, 28, 2222.

[84] Fröhlich, C., Andersen, B. N., Appourchaux, T., Berthomieu, G., Crommelynck, D. A., Domingo, V., Fichot, A., Finsterle, W., Gomez, M. F., Gough, D., Jiménez, A., Leifsen, T., Lombaerts, M., Pap, J. M., Provost, J., Roca Cortés, T., Romero, J., Roth, H., Sekii, T., Telljohann, U., Toutain, T., & Wehrli, C. 1997, Sol. Phys., 170, 1.

[85] Fukuda, Y., et al. (Kamiokande Collaboration) 1996, Phys. Rev. Lett., 77, 1683.

[86] Fukuda, Y. et al. (SuperKamiokande Collaboration) 1998, Phys. Rev. Lett., 81, 1158.

[87] Gabriel, A. H., Grec, G., Charra, J., Robillot, J.-M., Roca Cortés, T., Turck-Chièze, S., Bocchia, R., Boumier, P., Cantin, M., Céspedes, E., Cougrand, B., Crétolle, J., Damé, L., Decaudin, M., Delache, P., Denis, N., Duc, R., Dzitko, H., Fossat, E., Fourmond, J.-J., García, R. A., Gough, D. O., Grivel, C., Herreros, J. M., Lagardère, H., Moalic, J.-P., Pallé, P. L, Pétrou, N., Sánchez, M., Ulrich, R. K., & van der Raay, H. B. 1995, Sol. Phys., 162, 39.

[88] Gabriel, A. H., Charra, J., Grec, G., Robillot, J.-M., Roca Cortés, T., Turck-Chièze, S., Ulrich, R., Basu, S., Baudin, F., Bertello, L., Boumier, P., Charra, M., Christensen-

Dalsgaard, J., Decaudin, J., Dzitko, H., Foglizzo, T., García, R. A., Herreros, J. M., Lazrek, M., Pallé, P. L, Pétrou, N., Renaud, C., & Régulo, C. 1997, Sol. Phys., 175 vol2, 207.

[89] Gabriel, A. H., Turck-Chièze, S., García, R. A., Pallé, P. L, Boumier, P., Thiery, S., Grec, G., Ulrich, R. K., Bertello, L., Roca Cortés, T. & Robillot, J.-M. 1998, in Structure and Dynamics of the Interior of the Sun and Sun-like Stars, eds S. G., Korzennik and A., Wilson, Noordwijk, ESA SP-418, Vol 1, 61.

[90] García-López, R. J. & Spruit, H. 1991, ApJ, 337, 268.

[91] Geiss, J. & Gloecker, G. 1998, in Solar composition and its evolution from core to corona, ed R. Steiger, Space Science Review.

[92] Gelly, B., Fierry-Fraillon, D., Fossat, E., Pallé, P., Cacciani, A., Ehgamberdiev, S., Grec, G., Hoeksema, J. T., Khalikov, S., Lazrek, M., Loudagh, S., Pantel, A., Régulo, C., & Schmider, F. X. 1997, A&A, 323, 235.

[93] Gough, D. O. 1982, Nature, 298, 334.

[94] Gough, D. O. 1986, Hydrodynamics and MHD Problems in the Sun and Stars, ed. Y. Osaki, University of Tokyo Press, Tokyo.

[95] Gough, D. O. & Sekii, T. 1997, in IAU 181 Sounding Solar and Stellar Interior (poster volume), eds J. Provost et F. X. Schmider, Observatoire de la Cote d'Azur, Nice, 93.

[96] Grec, G., Fossat, E., Gelly, B., & Schmider, F. X. 1991, Sol. Phys., 133, 13.

[97] Grevesse, N. & Noels, A. 1993, in Origin and Evolution of the Elements, ed. N. Prantzos, E. Vangioni-Flam, and M. Cassé (Cambridge University, Cambridge), p. 15.

[98] Grevesse, N., Noels, A., & Sauval, A. J. 1996, in Cosmic Abundances, ed. S. S. Holt and G. Sonneborn, ASP Conference Series, 117.

[99] Guenther, D. B., Demarque, P., Kim, Y.-C., & Pinsonneault, M. H. 1992, ApJ, 387, 372.

[100] Hammache, F., Bogaert, G., Aguer, P., Angulo, C., Barhoumi, S., Brillard, L., Chemin, J. F., Claverie, G., Coc, A., Hussonnois, M., Jacotin, M., Kiener, J., Lefebvre, A., Scheurer, J. N., Thibaud, J. P. & Virassamynaiken, E. , 1998, Phys. Rev. Lett., 80, 928.

[101] Hampel, W. et al. (GALLEX collaboration), 1996, Phys. Lett. B388, 384.

[102] Henyey, L. G., Wilets, L., Böhm, K. H., LeLevier, R. & Levee, R. D. 1959, ApJ, 129, 628.

[103] Henyey, L. G., Vardya, M. S. & Bodenheimer, P. L. 1965, ApJ, 142, 841.

[104] Herbig, G. H. 1965, ApJ, 141, 588.

[105] Hill, T. L. 1956, Statistical Mechanics, McGraw-Hill.

[106] Hill, F., Fischer, G., Grier, J., Leibacher, J. W., Jones, H. B., Jones, P. P., Kupke, R., & Stebbins, R. T. 1994, Sol. Phys., 152, 321. and 351.

[107] Hill, F., Stark, B., Stebbins, R. T., Anderson, E. R., Antia, H. M., Brown, T. M., Duvall, T. L., Haber, D. A., Harvey, J. W., Hathaway, D. H., Howe, R., Hubbard, R. P., Jones, H. P., Kennedy, J. R., Korzennik, S. G., Kosovichev, A. G., Leibacher, J. W., Libbrecht, K.

G., Pinter, J. A., Rhodes, E. J., Schou, J., Thompson, M. J., Tomczyk, S., Toner, C. G., Toussaint, R., & Williams, W. E. 1996, Science, 272, 1292.

[108] Houdek, G. & Rogl. J., 1996, Bull. Astro. Soc. India, 24.317.

[109] Iglesias, C., Rogers, F. J. & Wilson, B. G. 1992, ApJ, 360, 221.

[110] Iglesias, C. & Rogers, F. J. 1996, ApJ, 464, 943.

[111] Izotov, Y. I., Lipovetsky, V. A., Chaffee, F. H., Foltz, C. B., Guseva, N. G. & Kniazev, A. Y. 1997, ApJ, 476, 698.

[112] Jennings, B. K., Karataglidis, S. & Shoppa, T. D. 1998, nucl-th/9806067.

[113] Kippenhahn, R., Weigert, A. & Hofmeister, E. 1967, Meth. Comp. Phys., 7, 129.

[114] Kippenhahn, R. & Weigert, A., 1994, Stellar Structure and Evolution, Springer-Verlag, Berlin.

[115] Klapdor-Kleingrothaus, H. V. & Zuber, K. 1996, Particle Astrophysics, Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia.

[116] Kosovichev, A. G., Schou, J., Scherrer, P. H., Bogart, R. S., Bush, R. I., Hoeksema, J. T., Aloise, J., Bacon, L., Brunette, A., De Forest, C., Giles, P. M., Basu, S., Christensen-Dalsgaard, J., Däppen, W., Rhodes, E. J., Duvall, T. L., Howe, R., Thompson, M. J., Gough, D. O., Sekii, T., Toomre, J., Tarbell, T. D., Title, A. M., Marthur, D., Morrison, M., Saba, J. L. R., Wolfson, C. J., Zayer, I., & Milford, P. N. 1997, Sol. Phys., 170, 43.

[117] Kosovichev, A. G. 1993, MNRAS, 265, 1053.

[118] Kumar, P., Quataert, E. & Bahcall, J. N. 1996, ApJ, 458, L83.

[119] Kumar, P. & Quataert, E. 1997, ApJL, 475, 143.

[120] Kuo, T. K. & Pantaleone, J. 1989, Rev. Mod. Phys., 61, 937.

[121] Kurucz, R. L.,Stellar Atmospheres: beyond classical models, ed. L. Crivellari, I. Hubeny,and D.G. Hummer, NATO ASI series, Kluwer, Dordrecht, 1991.

[122] Lamb, H. 1932, Hydrodynamics 6 ed, Cambridge University Press, Cambridge.

[123] Landau, L. & Lifchitz, E. 1989, Mécanique des Fluides, Edition librairie du globe (version française)/Editions Mir, Moscou.

[124] Lazrek, M., Baudin, F., Bertello, L., Boumier, P., Charra, J., Fierry-Fraillon, D., Fossat, E., Gabriel, A. H., Garcia, R. A., Gelly, B., Gouiffes, C., Grec, G., Pérez Hernández, F., Régulo, C., Renaud, C., Robillot, J. M., Roca Cortés, T., Turck-Chièze, S. & Ulrich, R. K. 1997, Sol. Phys., 175, 227.

[125] Lebreton, Y. & Maeder, A., A&A, 175, 1987, 99.

[126] Lebreton, Y. 1998, dans STScI Symposium on "Unresolved Problems in Stellar Evolution", ed M. Livio, Cambridge University Press.

[127] Ledoux, P. & Walraven, Th. 1958, Handbuch der Physik, 51, ed. S. Flügge, Springer-Verlag, Berlin.

[128] Leighton, R. B., Noyes, R. W. & Simon, G. W. 1962, ApJ, 135, 474.

[129] Libbrecht, K. G., Woodard, M. F. & Kaufman, J. M. 1990, ApJ Supp., 74, 1129.

[130] Lopes, I. 1994, Thèse de Doctorat: Étude théorique du diagnostique sismologique solaire, Université de Paris 7.

[131] Lopes, I. & Turck-Chièze, S. 1994, A&A, 290, 845.

[132] Lopes, I., Turck-Chièze, S., Goupil, M.J. & Michel, E. 1997, ApJ, 480, 794.

[133] Meijer-Drees, R. (SNO Collaboration), in Fourth international neutrino conference, ed W. Hampel, Max-Planck-Institut für Kernphysik, Heidelberg, p 210.

[134] Michaud, G. & Charbonneau, P. 1991, Sp. Sc. Rev., 57, 1.

[135] Michaud, G., & Proffitt, C.R. 1993, Inside the stars IAU 137, ed. W. W. Weiss and A. Baglin (Astronomical Society of the Pacific, San Francisco), p 246.

[136] Mihalas, D., Däppen, W. & Hummer, D.G. 1988, ApJ, 331, 815.

[137] Mikheyev, S. P. & Smirnov, A. 1986, Nuovo Cimento 9C, 17.

[138] Montalbàn, J. & Schatzman, E. 1996, A&A, 305, 513.

[139] Morel, P. & Schatzman , E. 1996, A&A, 310, 982.

[140] Morel, P. 1997, A&A Sup., 124, 597.

[141] Morel, P., Provost, J., & Berthomieu, G., 1997, A&A, 327, 349.

[142] Morel, P., Van't Veer, C., Provost, J., Berthomieu, G., Casteili, F., Cayrel, R., & Lebreton, Y. 1994, A&A, 286, 91.

[143] Pedlosky, J. 1990, Geophysical Fluid dynamics, Springer-Verlag, Berlin.

[144] Pinsonneault, M. H., Kawaler S. D., Sofia, S. & Demarque, P. 1989, ApJ, 338, 424.

[145] Press, W. H. 1981, ApJ, 245, 286.

[146] Proffitt, C. R. 1994, ApJ, 425, 849.

[147] Proffitt, C. R. & Michaud, G. 1991, ApJ, 380, 238.

[148] Provost, J., Berthomieu, G. & Morel, P. 1998, in Solar composition and its evolution from core to corona, ed R. Steiger, Space Science Review.

[149] Raghavan, R. S. 1997, in Fourth international neutrino conference, ed W. Hampel, Max-Planck-Institut für Kernphysik, Heidelberg, p 248.

[150] Richard, O., Vauclair, S., Charbonnel, C., & Dziembowski, W. A. 1996, A&A, 312, 1000.

[151] Richard, O., & Vauclair, S. 1997, A&A, 322, 671.

[152] Rieutord, M. 1997, Une Introduction à la Dynamique des Fluides, Masson, Paris.

[153] Rogers, F. J. 1998, in Solar composition and its evolution from core to corona, ed R. Steiger, Space Science Review.

[154] Rogers, F. J., Swenson, J. & Iglesias, C. 1996, ApJ, 456, 902.

[155] Rolfs, C. E. & Rodney, W. S. 1988, Cauldrons in the Cosmos, University of Chicago Press, Chicago.

[156] Rosenthal, C. S., Christensen-Dalsgaard, J., Kosovichev, A. G., Nordlund, Å., Reiter, J., Rhodes Jr, E. J., Schou, J., Stein, R. F. & Trampedach, R. 1998, in Structure and Dynamics of the Interior of the Sun and Sun-like Stars, eds S. G., Korzennik and A., Wilson, Noordwijk, ESA SP-418, Vol 1, 521.

[157] Roxburgh, I, 1997, dans SCORe'96, eds F.P Pijpers, J. Christensen-Dalsgaard et C. S. Rosenthal, Kluwer Academic Publisher.

[158] Salpeter, E. E. 1954, Australian J. Phys., 7, 373.

[159] Schatzman, E. 1962, Ann. Astrophys., 25, 18.

[160] Schatzman, E. 1969, A&A, 3, 331.

[161] Schatzman, E., & Maeder, A. 1981, A&A, 96, 1.

[162] Schatzman, E. 1993, A&A, 279, 431.

[163] Scherrer, P. H., Bogart, R. S., Bush, R. I., Hoeksema, J. T., Kosovichev, A. G., Schou, J., Rosenberg, W., Springer, L., Tarbell, T. D., Title, A., Wolfson, C. J., Zayer, I. & the MDI Engineering Team 1995, Sol. Phys., 162, 129.

[164] Schüssler, M. 1987, The Internal Solar Angular Velocity, eds Durney, B. R. et Sofia, S., Reidel Publishing Company, Dordrecht.

[165] Sekii, T. 1997, IAU Symposium 181 "Sounding solar and stellar interiors", eds. J. Provost et F. X. Schmider, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, 189.

[166] Skumanich, A. 1972, ApJ, 171, 565.

[167] Soderblom, D. R., Pilachowski, C. A., Fedele, S. B. & Jones, B. F. 1993a, AJ 105, 2299.

[168] Soderblom, D. R., Jones, B. F., Balachandran, S., Stauffer, J. R., Duncan, D. K., Fedele, S. B. & Hudon, J. D. 1993b, AJ, 106, 1059.

[169] Spiegel, E. A. and Zahn, J. P. 1992, A&A, 265, 106.

[170] Spitzer, L. Jr. 1978, Physical Processes in the Interstellar Medium, Wiley-Interscience, New-York.

[171] Stein, R. F. & Leibacher, J. 1974, Ann. Rev. Astron. Astrophys., 12, 407.

[172] Stix, M. 1991, The Sun, Springer-Verlag, Berlin.

[173] Suzuki, Y. et al. 1998 (SuperKamiokande Collaboration), in Neutrino 98, Proceedings of the XVIII International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics, Takayama, Japan, eds. Y. Suzuki et Y. Totsuka.

[174] Suzuki, Y. 1998, in Solar composition and its evolution from core to corona, ed R. Steiger, Space Science Review.

[175] Talon, S. 1997, Thèse de Doctorat: Hydrodynamique des étoiles en rotation, Université Paris 7.

[176] Tao, C. 1997, in Fourth international neutrino conference, ed W. Hampel, Max-Planck-Institut für Kernphysik, Heidelberg, p 238.

[177] Tassoul, M. 1980, ApJ Supp., 43, 469.

[178] Thompson, M. J., Toomre, J. and the GONG Dynamics Inversion Team 1996, Sci, 272, 1300.

[179] Thorburn, J. A., Hobbs, L. H., Deliyannis, C. P. & Pinsonneault, M. H. 1993, ApJ, 415, 150.

[180] Tomczyk, S., Streander, K., Card, G., Elmore, D., Hull, H., & Cacciani, A. 1995, Sol. Phys., 159, 1.

[181] Totsuka, Y., 1996, in TAUP '95, Proceeding of the International Workshop on Theoretical and Phenomenological Aspects of Underground Physics, Toledo, Spain, eds. A. Morales, J. Morales, and J. A. Villar, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 48, 547.

[182] Turck-Chièze, S., Cahen, S., Cassé, M. & Doom, C. 1988, ApJ, 355, 415.

[183] Turck-Chièze, S., Däppen, W., Fossat, E., Provost, J., Schatzman, E. & Vignaud, D., 1993, Physics Rep., 230 (2-4), 57-235.

[184] Turck-Chièze, S. & Lopes, I. 1993, ApJ, 408, 347.

[185] Turck-Chièze, S., Basu, S., Brun, A. S., Christensen-Dalsgaard, J. et al. (GOLF Team E) 1997, in IAU Symposium 181: Sounding Solar and Stellar Interior, F.-X. Schmider and J. Provost (eds.), (poster volume), 131.

[186] Turck-Chièze, S., Basu, S., Brun, A. S., Christensen-Dalsgaard, J., Eff-Darwich, A., Lopes, I., Pérez Hernández, F., Berthomieu, G., Provost, J., Ulrich, R. K., Baudin, F., Boumier, P., Charra, J., Gabriel, A. H., Garcia, R. A., Grec, G., Renaud, C., Robillot, & J. M., Roca Cortés, T. 1997, Sol. Phys., 175, 247-265.

[187] Turck-Chièze, S., & Brun, A. S. 1997, in Fourth international solar neutrino conference, ed W. Hampel, Max-Planck-Institut für Kernphysik, Heidelberg, 41.

[188] Turck-Chièze, S. 1998, in Solar composition and its evolution from core to corona, ed R. Steiger, Space Science Review.

[189] Turck-Chièze, S., Basu, S., Berthomieu, G., Bonanno, A., Brun, A. S., Christensen-Dalsgaard, J. et al. (GOLF Team E) 1998a, in Structure and Dynamics of the Interior of the Sun and Sun-like Stars, eds S. G., Korzennik and A., Wilson, Noordwijk, ESA SP-418, Vol 1, 555.

[190] Turck-Chièze, S., Brun, A. S., Chièze, J. P. & Garcià, R. 1998b, in Structure and Dynamics of the Interior of the Sun and Sun-like Stars, eds S. G., Korzennik and A., Wilson, Noordwijk, ESA SP-418, Vol 1, 549 .

[191] Turcotte, S. & Christensen-Dalsgaard, J. 1998, in Solar composition and its evolution from core to corona, ed R. Steiger, Space Science Review.

[192] Turcotte, S., Richer, J., Michaud, G., Iglesias, C. A., & Rogers, F. J. 1998, ApJ, 504, 539.

[193] Ulrich, R. K. 1970, ApJ, 162, 993.

[194] Unno, W., Osaki, Y., Ando, H. & Shibahashi, H. 1989, Nonradial Oscillations of Stars 2 ed, University of Tokyo Press, Tokyo.

[195] Valle, J. W. F. 1998, in New Trends in Neutrino Physics, Tegernsee, Germany, hep-ph/9809234.

[196] Vandakurov, S. V. 1967, Astron. Zh., 44, 786.

[197] Vardya, M. S. 1960, ApJ Suppl., 4, 281.

[198] Vauclair, S. 1983, dans Astrophysical Processes in Upper Main Sequence Stars, compte-rendu de la 13eme école de la société suisse d'astronomie et d'astrophysique, Saas-Fee, Geneve.

[199] Vauclair, S. & Richard, O. 1998, in Structure and Dynamics of the Interior of the Sun and Sun-like Stars, eds S. G., Korzennik and A., Wilson, Noordwijk, ESA SP-418, Vol 1, 427.

[200] Ventura, P., Zeppieri, A. Mazzitelli, I. & D'Antona, F. 1998, A&A, 331, 1011.

[201] Vorontsov, S. V. 1991, Sov. Astron. Lett., 35, 400.

[202] Vorontsov, S. V., Baturin, & V. A.,Pamyatnykh, A. A., 1992, MNRAS, 257, 32.

[203] Wolfenstein, L. 1978, Phys. Rev. D, 17, 2369.

[204] Zahn, J.-P. 1983, dans Astrophysical Processes in Upper Main Sequence Stars, compte-rendu de la 13eme école de la société suisse d'astronomie et d'astrophysique, Saas-Fee, Geneve.

[205] Zahn, J.-P. 1991, A&A, 252, 179.

[206] Zahn, J.-P. 1992, A&A, 265, 115.

[207] Zahn, J.-P., Talon, S., & Matias, J. 1997, A&A, 322, 320.

[208] Zahn, J.-P. 1998, in Solar composition and its evolution from core to corona, ed R. Steiger, Space Science Review.